

alterations with disease and aging. Proc. Natl Acad. Sci. USA 19 (Suppl. 1), p. 2466–2472. DOI:10.1073/pnas.012579499

4. Ivanets, O., Morozova, I. Features of Evaluation of Complex Objects with Stochastic Parameters. 2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, ACIT 2021 – Proceedings, 2021, pp. 159–162 (Scopus).

5. Shchapov P. F. Ivanets O. B., Sevryukova O. S. (2020). Dynamic properties of the time series of results of biomedical measurements Science-intensive technologies. 46, № 2. P. 236–244. DOI: 10.18372/2310-5461.46.14811.

6. <https://physionet.org/about/database/#open>

7. Thayer J. F., Sternberg E. Beyond heart rate variability: vagal regulation of allostatic systems. (2006). Neuroendocrine and Immune Crosstalk. Volume 1088, Issue 1. P. 361. DOI: 10.1196/annals.1366.014.

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ З ЕКСЦЕНТРИСИТЕТОМ МАСИ РОТОРА ТА МАГНІТНИМ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТОМ**

*Горошко А. В.<sup>1</sup>, Косенков В. Д., Зембицька М. В.<sup>2</sup>*

*Хмельницький національний університет, Україна*

*E-mail: <sup>1</sup>horoshkoan@khnmu.edu.ua, <sup>2</sup>zembytskama@khnmu.edu.ua*

Для асинхронних машин (АМ) в якості опор ротора використовують підшипники, закріплені у спеціальних стояках. Стояки болтами прикріплюються до нижньої половини торцевого щита. Для АМ відмови підшипників складають близько 40 % від загальної кількості відмов асинхронних машин [1]. Вихід з ладу підшипників в основному викликаний їх підвищеним зносом. Основними факторами зносу є механічний дисбаланс ротора через ексцентриситет маси ротора і незрівноважене магнітне натягнення (УМР) внаслідок магнітного ексцентриситету. Динамічні сили та моменти, викликані ексцентриситетом ротора, є додатковим внутрішнім збудженням для АМ, до яких належать відцентрова сила (CF), сили тертя-удару (RIF), УМР, крутний момент незбалансованої сили і момент тертя [2].

Механічний дисбаланс виникає через неминучі технологічні відхилення при виготовленні, неточність складання та конструктивні особливості роторів, внаслідок чого порушується осьова симетрія і центр інерції у деяких поперечних перерізах не збігається з геометричним центром перерізів і віссю обертання ротора. Магнітний ексцентриситет і УМР викликає додаткове радіальне навантаження на підшипник, що скорочує його термін служби. Крім того, УМР знижує

загальну жорсткість системи, що може підсилити вібрації всередині системи [3].

За даними різних джерел на ексцентриситет доводиться від 20 до 40 % відмов асинхронних двигунів (АД) [4–6]. В АД часто виникає ексцентриситет ротора, що призводить до нерівномірності повітряного проміжку [7]. Причини появи магнітного ексцентриситету обумовлені як помилками під час виробництва та збирання АД, так і несприятливими умовами її експлуатації. Розрізняють статичний і динамічний ексцентриситети. При статичному ексцентриситеті нерівномірна конфігурація повітряного зазору не змінюється в часі при обертанні ротора. Статичний ексцентриситет повітряного зазору не повинен перевищувати 10 % [2]. При динамічному ексцентриситеті конфігурація повітряного зазору при обертанні ротора змінюється, що обумовлено обертанням осі ротора щодо осі статора. Зважаючи на невеликий розмір повітряного зазору АД навіть незначний ексцентриситет, порушуючи симетрію конструкції АД, значно погіршує її роботу. Тому своєчасне виявлення ексцентриситету на ранніх стадіях його розвитку має велике практичне значення і є одним з важливих завдань контролю технічного стану АД [8].

Відомі як аналітичні підходи до визначення УМР, так і методи на основі методу скінченних елементів [9–12]. В загальному випадку необхідно окремо розглядати вплив статичного ексцентриситету маси ротора і статичного ексцентриситету ротора, що є причиною нерівномірності повітряного зазору АД. У найгіршому випадку відцентрова сила, викликана дисбалансом ротора, і радіальна віброзбудувальна сила електромагнітної природи можуть складатись і стати причиною підвищених вібрацій АД. У відомих роботах, в яких прийняте припущення, що інерція зосереджена у площині, яка ділить довжину ротора навпіл, а ексцентриситет маси викликає відцентрову силу, під дією якої ротор здійснює лише поступальні переміщення.

У цій роботі розроблено модель з довільним розташуванням центру мас ротора. Це дає можливість врахувати статичний, моментний і динамічний дисбаланс маси, врахувавши крутні моменти сили дисбалансу, а, відповідно і обертальні переміщення статора. У запропонованій моделі абсолютно жорсткий корпус статора АД має шість ступенів вільності і може здійснювати поступальний рух у напрямках осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а також повороти навколо цих осей. Математична модель коливань корпусу АД враховує: ексцентриситет маси ротора; магнітний ексцентриситет ротора, вплив гіроскопічного моменту ротора; податливість опор статора до фундаменту; нерівножорсткість опор статора, їх кількість та місць приєднання до статора; неспівпадіння

центрів мас статора і ротора з віссю обертання по всіх трьох осях  $x, y, z$ .

У запропонованій моделі для розрахунку коливань статора АД представлено у вигляді системи, у якій абсолютно тверде тіло (статор) пружно з'єднаний через  $n$  пружно-демпферних опор з пружністю  $c_{Si}$  і демпфуванням  $d_{Si}$  до фундаменту і має можливість здійснювати малі переміщення в будь-якому напрямі, маючи 6 ступенів вільності (рис. 1). Абсолютно тверде тіло (ротор) пружно з'єднаний через дві в загальному випадку неоднакові пружно-демпферні опори (підшипники кочення з пружністю  $c_{ri}$  і демпфуванням  $d_{ri}$ ) зі статором. Ротор, обертаючись з кутовою швидкістю  $\omega$ , може здійснювати малі поступальні переміщення у напрямі осей  $x$  та  $z$ . Система статор-ротор загалом має 8 ступенів вільності.

Для задання положення в просторі цієї системи необхідно мати вісім узагальнених координат: три Декартові координати центра інерції статора АД, три кути, які задають повороти цих осей координат, жорстко зв'язаних з статором, відносно нерухомих зв'язаних з фундаментом осей координат  $x, y, z$ , які знаходяться в центрі мас статора  $O$ , який в загальному випадку не лежить на осі обертання ротора, і дві координати центра інерції ротора.

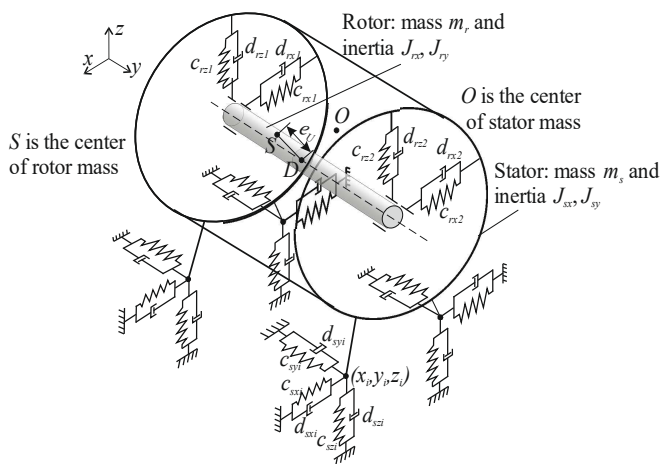


Рис. 1. Динамічна модель АД з врахуванням ексцентриситету маси  $e_U$

Магнітний ексцентриситет  $e_m$  в загальному випадку не дорівнює ексцентриситету маси  $e_U$  (рис. 2).

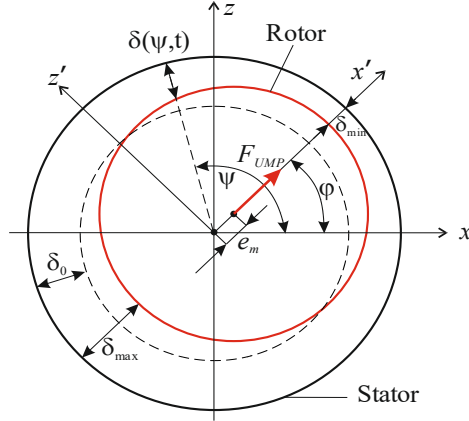


Рис. 2. Схема утворення магнітного ексцентриситету ротора  $e_m$

Для оцінки сили UMP використано теоретичні вирази, запропоновані у роботі [2].

Основна магніторушійна сила збудження ротора (MMF) визначається як:

$$F(\psi, t) = F_j \cos(\omega_e t - p\psi). \quad (2)$$

де  $\omega_e$  – кутова частота джерела живлення обмоток статора;  $p$  – кількість пар полюсів обмоток статора;  $\psi$  – кут положення миттєвого ексцентриситету.

Магнітна проникливість повітряного проміжку  $\Lambda(\psi, t)$  виражається за допомогою ряду Фур'є:

$$\Lambda = \frac{\mu_0}{\delta(\psi, t)} = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda_i \cos i(\psi - \phi).$$

де  $\phi$  – кут положення статичного ексцентриситету.

Відповідні коефіцієнти Фур'є можуть бути підраховані як:

$$\Lambda_i = \begin{cases} \frac{\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}, & i=0, \\ \frac{2\mu_0}{\delta_0} \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left( \frac{1}{1+\sqrt{1-\varepsilon^2}} \right)^i, & i>0. \end{cases} \quad (3)$$

де  $\varepsilon = e_m / \delta_0$  - відносний ексцентриситет;  $\mu_0$  - абсолютна магнітна проникливість повітряного проміжку;  $\delta_0$  - середня величина повітряного проміжку.

UMP є сильно нелінійним. Вираз для незрівноваженого магнітного притягання на поверхні ротора визначається як:

$$F_{UMPx} = \begin{cases} f_1 \cos \varphi + f_2 \cos(2\omega_e t - \varphi) + f_3 \cos(2\omega_e t - 3\varphi), & p = 1, \\ f_1 \cos \varphi + f_3 \cos(2\omega_e t - 3\varphi) + f_4 \cos(2\omega_e t - 5\varphi), & p = 2, \\ f_1 \cos \varphi + f_4 \cos(2\omega_e t - 5\varphi), & p = 3, \\ f_1 \cos \varphi, & p \geq 4, \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{UMpz} = \begin{cases} f_1 \sin \varphi + f_2 \sin(2\omega_e t - \varphi) - f_3 \sin(2\omega_e t - 3\varphi), & p = 1, \\ f_1 \sin \varphi + f_3 \sin(2\omega_e t - 3\varphi) - f_4 \sin(2\omega_e t - 5\varphi), & p = 2, \\ f_1 \sin \varphi + f_4 \sin(2\omega_e t - 5\varphi), & p = 3, \\ f_1 \sin \varphi, & p \geq 4, \end{cases}$$

де  $F_{UMPx}$  і  $F_{UMpz}$  - проєкції сили магнітного натягу на осі  $x$  і  $z$  відповідно;  $f_1, f_2, f_3, f_4$  - амплітуди складових UMP, які знаходять за формулами:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{Rl\pi}{4\mu_0} F_j^2 (2\Lambda_0\Lambda_1 + \Lambda_1\Lambda_2 + \Lambda_2\Lambda_3), & f_2 &= \frac{Rl\pi}{4\mu_0} F_j^2 \left( \Lambda_0\Lambda_1 + \frac{1}{2}\Lambda_1\Lambda_2 + \frac{1}{2}\Lambda_2\Lambda_3 \right), \\ f_3 &= \frac{Rl\pi}{4\mu_0} F_j^2 \left( \Lambda_0\Lambda_3 + \frac{1}{2}\Lambda_1\Lambda_2 \right), & f_4 &= \frac{Rl\pi}{8\mu_0} F_j^2 \Lambda_2\Lambda_3, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $R$  - радіус ротора;  $l$  - довжина ротора;  $F_j$  - амплітуда ММФ.

Кутова швидкість обертання ротора з урахуванням ковзання  $s$  АД пов'язана з кутовою швидкістю обертання магнітного поля  $\omega_m$  і кутовою частотою електричного струму  $\omega_e$  як:

$$\omega = (1-s)\omega_m = (1-s)\omega_e p^{-1}. \quad (6)$$

Диференційні рівняння коливань системи «статор-ротор» отримаємо виходячи з рівняння Лагранжа II роду з врахуванням розсіювання енергії при демпфуванні за Релеєм:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 8, \quad (7)$$

де  $j = 1, 2, \dots, 8$  – кількість узагальнених координат.

Система рівнянь, що описує розроблену модель системи «статор–ротор», має вигляд:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{G} + \mathbf{D})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{Q}_U + \mathbf{Q}_m, \quad (8)$$

де  $\mathbf{M} = [m_{ij}]_1^8$  – матриця інерції;  $\mathbf{G} = [g_{ij}]_1^6$  – матриця гіроскопії;  $\mathbf{D} = [\alpha_{ij}]_1^8$  – матриця демпфування;  $\mathbf{A} = [\alpha_{ij}]_1^8$  – матриця жорсткості;  $\mathbf{q} = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, x_r, z_r]^T$  – шуканий вектор узагальнених координат;  $\mathbf{Q}_U = [F_x, 0, F_z, M_x, M_y, M_z, F_x, F_z]^T$  – вектор силових факторів, викликаних дисбалансом маси;  $\mathbf{Q}_{UMP} = [F_{UMPx}, 0, F_{UMpz}, 0, 0, 0, F_{UMPx}, F_{UMpz}]^T$  – вектор силових факторів, викликаних магнітним ексцентриситетом.

Тут

$$F_x = m_r \omega^2 e_U \sin \omega t, \quad F_z = m_r \omega^2 e_U \cos \omega t, \quad M_x = m_r \omega^2 e_U y_D \cos \omega t, \\ M_y = m_r \omega^2 e_U (z_D \sin \omega t - x_D \cos \omega t), \quad M_z = -m_r \omega^2 e_U y_D \sin \omega t$$

### Література

1. Popa, L. M., Jensen, B. B., Ritchie, E., et al. (2003). Condition monitoring of wind generators. 38th IAS Annual Meeting on Conf. Record of the Industry Applications Conf., Salt Lake City, Utah, USA, vol. 3, pp. 1839–1846
2. Liu, Y, Chen, Z, Hua, X, Zhai, W. (2022) Effect of rotor eccentricity on the dynamic performance of a traction motor and its support bearings in a locomotive. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 236(9): 1080–1090.
3. Michon, M., Holehouse, R.C., Atallah, K., et al. (2014). Effect of rotor eccentricity in large synchronous machines, IEEE Trans. Magn. 50 (11), pp. 1–4.
4. Group M. (1985) Report of large motor reliability survey of industrial and commercial installations. Part II. IEEE Trans. Ind. Appl. 21 (4), pp. 865–872

5. EPRI Improved Motors for Utility Applications. EPRI Final Report, 1982.
6. Bellini, A., Immovilli, F., Rubini, R., Tassoni, C. (2008). Diagnosis of bearing faults of induction machines by vibration or current signals: A critical comparison. In: Industry Applications Society Annual Meeting. IAS'08. IEEE, 2008, pp. 1–8.
7. Chuan, H., & Shek, J. K. (2018). Calculation of unbalanced magnetic pull in induction machines through empirical method. *IET Electric Power Applications*, 12(9), 1233–1239.
8. Salah, A. A., Dorrell, D. G., Guo, Y. (2019). A Review of the Monitoring and Damping Unbalanced Magnetic Pull in Induction Machines Due to Rotor Eccentricity. In *IEEE Transactions on Industry Applications*. 55(3). pp. 2569–2580.
9. Dorrell, D. G., Hsieh, M., & Guo, Y. (2009). Unbalanced Magnet Pull in Large Brushless Rare-Earth Permanent Magnet Motors With Rotor Eccentricity. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45, 4586–4589.
10. Burakov, A. Arkkio, A. Comparison of the unbalanced magnetic pull mitigation by the parallel paths in the stator and rotor windings. *IEEE Trans. Magn.* 2007, 43(12). pp. 4083–4088.
11. Zhu, Z. Q., Ishak, D., Howe, D., Chen, J. Unbalanced magnetic forces in permanent-magnet brushless machines with diametrically asymmetric phase windings, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2007. 43 (6). pp. 1544–1553
12. Dorrell, D. G., & Hsieh, M. F. (2010). Calculation of radial forces in cage induction motors at start. – The effect of rotor differential. *IEEE transactions on magnetics*, 46 (8), 3029–3032.