Костогриз С.Г.,
Мислiборський В.В.
Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна

ЗАПАС СИЛИ ТЕРТЯ ТА ПАРАМЕТР ПЛАСТИЧНОСТІ НОМІНАЛЬНО НЕРУХОМОГО ФРИКЦІЙНОГО КОНТАКТУ

Номінально-нерухомий фрикційний контакт (ННФК) має яскраво виражені пружно-пластичні властивості при навантаженні зсувом.

Для їх описання С.Г. Костогризом одержане і запропоноване для використання рівня кривої початкового навантаження ННФК тангенційним зусиллям, як функції відносного переміщення елементів контакту [1]:

$$\begin{cases} \tau = qf\left[\varepsilon - \dfrac{n}{(n+1)^{\frac{n+1}{n}}}\varepsilon^{\frac{n+1}{n}}\right], & \text{при} \quad 0 < \varepsilon < n+1 \\ \tau = qt, \quad \text{при} \quad \varepsilon \geq n+1 \end{cases} \qquad (1)$$

де τ – дотичне напруження в контакті;

q – номінальний тиск в контакті;

f – коефіцієнт тертя контактних поверхонь;

ε – відносне дотичне взаємне переміщення елементів контакту, причому:

$$\varepsilon = \frac{x}{\Delta_{пр}}, \qquad (2)$$

де x – абсолютне дотичне відносне переміщення елементів контакту в напрямі зсуву;

$\Delta_{пр}$ – пружна частина повного попереднього зміщення в контакті.

В формулі (1) введений автором роботи [1] новий параметр, а саме параметр пластичності контакту n для оцінювання його пластичних властивостей. Він чисельно дорівнює відношенню пластичної частини повного попереднього зміщення $\Delta_{пл}$ до його пружної частини $\Delta_{пр}$, тобто:

$$n = \frac{\Delta_{пл}}{\Delta_{пр}}. \qquad (3)$$

Для експериментального визначення параметра пластичності достатньо на кривій початкового навантаження ННФК зсувом зробити два виміри і вирахувати їх відношення.

Являє цілком певний практичний інтерес встановлення аналітичної залежності для визначення параметра пластичності ННФК з точки зору виявлення чинників, від яких він залежить, та можливостей здійснення спрямованого і керованого впливу на них для підтримування тих, чи інших значень параметра пластичності. В роботі [1] була здійснена спроба встановити таку залежність на основі виявленого там співвідношення:

$$\lambda_m^n = (n+1), \qquad (4)$$

де λ_m – максимальне значення запасу мікроскопічної сили тертя ННФК.

Якщо уявити зону контактування поверхонь тертя як множину точок контактування, то в кожній i-й точці контакту (рис. 1) матиме місце q_i-й мікроскопічний нормальний тиск, f_i-й мікроскопічний коефіцієнт тертя та τ_i-й мікроскопічне дотичне напруження зсуву. Для кожної i-ї точки в множині точок контактування можна записати співвідношення:

$$\frac{q_i f_i}{\tau_i} = \lambda_i,$$

де λ_i – запас мікроскопічної сили тертя в i-й точці множини точок контактування.

Характерною особливістю контактної взаємодії при навантаженні ННФК зсувом є те, що у різних його точках в їх множині на номінальній площині контакту на мікроскопічному рівні сила тертя, а відтак і запас сили тертя буде різним, в тому числі і $\lambda_i \leq 1$, що обумовлює фрикційне ковзання в цих точках раніше, ніж буде повністю вибране попереднє значення. Ця особливість обумовлена множиною різних комбінацій значень нормального тиску q_i, коефіцієнта тертя f_i і дотичного напруження зсуву τ_i, які визначають розподіл значень коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя λ_i на всій множині точок контактування (рис. 1).

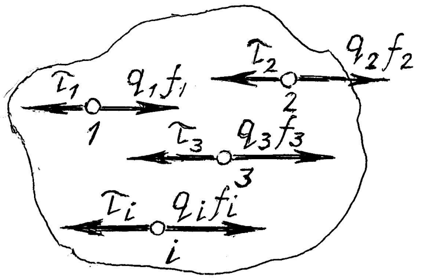


Рис. 1 − До ілюстрації множини точок контактування та можливих комбінацій значень номінального тиску q_i, коефіцієнта тертя f_i і дотичного напруження зсуву τ_i в ННФК

З теорії імовірностей відомо, що при багатофакторному впливу густини розподілу випадкових величин є полімодальними [2]. Якщо для q_i, f_i, τ_i вони є такими, то розподіл комбінацій поєднань цих величин буде композицією полімодальних розподілів, яка наближається до розподілу із рівномірною густиною. Тому логічно вважати, що коефіцієнт запасу мікроскопічної сили тертя підлягає закону рівномірного розподілу густини (рис. 2).

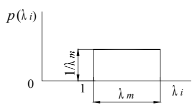


Рис. 2 − Розподіл густини вірогідностей значень коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя на всій множині точок контакту В ННФК

$$\begin{cases} p(\lambda_i) = \dfrac{1}{\lambda_m} = \text{const}, \quad \text{при} \quad 1 < \lambda_i < \lambda_m; \\ p(\lambda_i) = 0, \quad \text{при} \quad \lambda_i < 1, \text{ або } \quad \lambda_i > \lambda_m, \end{cases} \tag{5}$$

де λ_m – максимальне значення запасу мікроскопічної сили тертя на множині точок контактування.

Такий розподіл густини вірогідностей запасу мікроскопічної сили тертя означає, що є рівна вірогідність зустріти значення $1 \le \lambda_i \le \lambda_m$ на всій множині точок контактування.

Для вияснення фізичної сторони питання, пов'язаного з параметром λ_m, проаналізуємо співвідношення (4). Більші значення параметра пластичності відповідають меншим значенням параметра λ_m:

$$\begin{cases} \lim\limits_{n \to \infty} \lambda_m = \lim\limits_{n \to \infty} (n+1)^{\frac{1}{n}} = 1, \\ \lim\limits_{n \to} \lambda_m = \lim\limits_{n \to 0} (n+1)^{\frac{1}{n}} = e. \end{cases} \tag{6}$$

де $e = 2{,}716$ – основа натурального логарифма.

Таким чином максимальний запас мікроскопічної сили тертя на множині точок контактування перебуває в межах:

$$1 < \lambda_m < e\,. \tag{7}$$

Ці межі добре узгоджуються із уявленнями фізики тертя спокою при дії зсуваючої сили на елементи контакту. Дійсно, якщо λ_m зменшується і наближається до одиниці, то це відповідає катастрофічному зростанню залишкової (пластичної) деформації зсуву, що переходить у повне фрикційне ковзання по всій площі контакту і що відповідає закону Кулона. І навпаки, при збільшенні λ_m від одиниці до e посилюються пружні властивості контакту, а при $\lambda_m = e$ втрачаються його пластичні властивості.

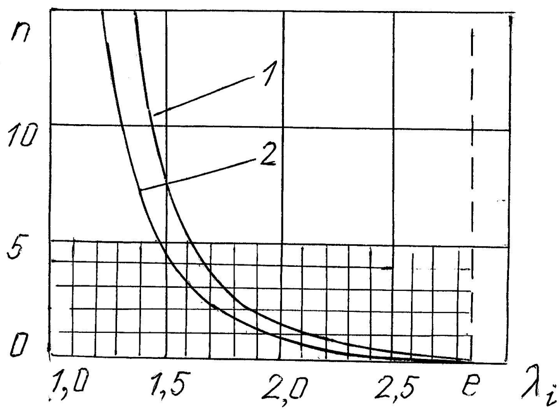
Повернемось до співвідношення (4) і подамо показникову функцію λ_m^n у вигляді ряду, обмежившись трьома членами ряду (3):

$$\lambda_m^n = 1 + \frac{n\ln\lambda_m}{1!} + \frac{(n\ln\lambda_m)^2}{2!} + \ldots\,. \tag{8}$$

Підставимо цей вираз у співвідношення (4) і здійснивши алгебраїчні перетворення, отримаємо формулу, що виражає у явному вигляді залежність параметра пластичності ННФК від максимального запасу мікроскопічної сили тертя:

$$n = \frac{2(1 - \ln\lambda_m)}{\ln^2\lambda_m}\,. \tag{9}$$

На рис. 3 крива 1 зображає графік функції $n = f_1(\lambda_m)$, розрахований за формулою (9), а крива 2 відповідає залежності $\lambda_m = f_2(n)$ і розрахована за формулою (4) та повернута на 90º.



EMBED Word.Picture.8

Рис. 3 – Залежність параметра пластичності від максимального значення коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя на множині точок контактування в межах номінальної площі ННФК:
1 – розрахована за формулою (9);
2 – розрахована за формулою (4)

Хоч формула (9) є наближеною, але залежність параметра пластичності від коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя λ_m, яку вона описує, задовільно узгоджується із співвідношенням (4). При цьому характерним є те, що в точках з координатами $(\lambda_m = 1{,}0;\ n = \infty)$ та $(\lambda_m = e;\ n = 0)$ обидва графіки співпадають повністю. Найбільш близько графіки сходяться в межах другої половини інтервалу $1{,}0 \le \lambda_m \le e$. Тому саме в цій частині інтервалу доцільно використовувати формулу (9).

Важливо виявити співвідношення між номінальними значеннями нормального тиску q, коефіцієнта тертя спокою f, дотичного напруження в контакті τ та максимальним значенням коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя на множині точок контактування в межах номінальної площі контакту. У зв'язку з цим розглянемо питання про математичне сподівання коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя, як випадкової величини:

$$M(\lambda_i) = M\left(\frac{q_i f_i}{\tau_i}\right), \tag{10}$$

де M – символ математичного сподівання.

Враховуючи, що q_i, f_i, τ_i є випадковими величинами, між якими відсутній кореляційний зв'язок, можна записати:

$$M(\frac{q_i f_i}{\tau_i}) = \frac{Mq_i Mf_i}{M\tau_i}, \tag{11}$$

Оскільки коефіцієнт запасу сили тертя λ_i має густину розподілу з рівною вірогідністю, то можна допустити, що його математичне сподівання дорівнює середньому арифметичному значенню цієї величини:

$$M(\lambda_i) = \lambda_i^*, \tag{12}$$

де * – символ середньоарифметичного значення.

На основі співвідношення (12) можна записати, що:

$$\lambda_i^* = \frac{q_i^* f_i^*}{\tau_i^*}, \tag{13}$$

де $q_i^* = q = \frac{N}{A}$ – номінальний тиск, що дорівнює його середньому значенню на номінальній площі контакту A;

$\tau_i^* = \tau = \frac{T}{A}$ – номінальне дотичне напруження зсуву, що дорівнює його середньому значенню на номінальній площині контакту A;

$f_i^* = f$ – середнє арифметичне значення систематичного коефіцієнта тертя, яке отримане експериментально для прийнятого поєднання матеріалів контактної пари в заданих умовах контактування і подається в технічній літературі.

N – нормальна сила в контакті;

T – дотична (зсуваюча) сила в контакті.

Середньоарифметичну величину коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя в контакті можна подати у вигляді:

$$\lambda_i^* = \frac{\lambda_m + 1}{2}. \tag{14}$$

Порівнюючи вирази (13) і (14), одержимо залежність максимального значення коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя через величини q, f, τ, що виражають умови контактування:

$$\lambda_m = 2(\frac{qf}{\tau}) - 1. \tag{15}$$

Обчислене за формулою (15) значення λ_m для даних умов контактування дозволяє визначити за формулою (9) параметр пластичності контакту. Якщо покласти, що $qfA = F_{зч}$ – дотична сила зчеплення між елементами контакту, $\tau A = T$ зсуваюча сила, то використовуючи формулу (15) можна виразити λ_m через відношення дотичної сили зчеплення до зсуваючої сили $\frac{F_{зч}}{T} = K_{зп}$, що в курсах деталей машин прийнято називати коефіцієнтом запасу зчеплення, як у розрахунках фрикційних з’єднань, так і у розрахунках фрикційних передач:

$$\lambda_m = 2K_{зп} - 1. \tag{16}$$

З цього співвідношення витікає, що:

$$K_{зп} = \frac{\lambda_m + 1}{2}. \tag{17}$$

Формули (14) і (17) аналогічні. Таким чином коефіцієнт запасу зчеплення у ННФК дорівнює середньоарифметичній величині коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя $K_{зп} = \lambda_i^*$.

Враховуючи, що $1 < \lambda_m < e$, за формулою (17), встановимо максимальне граничне значення коефіцієнта запасу зчеплення у ННФК:

$$\text{верхнє } K_{зн} < \frac{e+1}{2} \text{ і нижнє } K_{зн} > 1 \tag{18}$$

Таким чином числові значення допустимого коефіцієнта запасу зчеплення у ННФК перебувають у проміжку:

$$1{,}0 < [K_{зп}] < 1{,}858\,. \tag{19}$$

Слід звернути увагу на те, що в технічній літературі з розрахунків фрикційних з'єднань і фрикційних передач в більшості випадків рекомендують призначати коефіцієнт запасу зчеплення таким, що $K_{зп} = 1{,}5 \div 2{,}0$. Цей інтервал для $K_{зн}$ близький до визначеного нами. Однак в деяких джерелах технічної літератури зустрічаються рекомендовані значення $K_{зп} = 1{,}5 \div 3{,}0$, як наприклад а роботі [4], при розгляді розрахунку фрикційних з'єднань з гарантованим натягом. При $K_{зп} = 3$ максимальне значення коефіцієнта запасу мікроскопічної сили тертя згідно співвідношення (15) має дорівнювати $\lambda_m = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.

Як показано вище, верхня межа для $\lambda_m = e$, що є цілком достатнім для того, щоб забезпечити фрикційну міцність контакту, тобто відсутність фрикційного ковзання по всій номінальній площі контакту та відсутність у нього пластичних властивостей. У зв'язку з цим рекомендації, в яких $K_{зп} > e$ не можна вважати обгрунтованими.

При виборі допустимих значень $K_{зп}$ в інтервалі визначеному виразом (19) слід врахувати, що він впливає на пластичні властивості контакту. Формулу (9) можна перетворити на залежність параметра пластичності контакту від коефіцієнта запасу зчеплення, підставивши в цю формулу вираз (16):

$$n = \frac{2[1 - \ln(2K_{зн} - 1)]}{\ln^2(2K_{зп} - 1)}\,. \tag{20}$$

На рис. 4 зображена розрахована за формулою (20) залежність параметра пластичності від коефіцієнта запасу зчеплення.

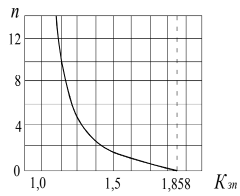


Рис. 4 − Залежність параметра пластичності від коефіцієнта запасу зчеплення в ННФК

Зменшення коефіцієнта запасу від значення 1,5 призводить до стрімкого зростання параметра пластичності контакту.

Одержані в цьому дослідженні результати розкривають механізм впливу факторів, що характеризують умови навантаження ННФК на його пластичні властивості та принципову можливість управління цими властивостями і, перш за все, через коефіцієнту запасу сили зчеплення.

Література

1. Математическая модель вибрационного трения в номинально неподвижном фрикционном контакте в пределах предварительного смещения // Вибрации в технике и технологиях. Всеукраинский научный техн. журнал. − № 1(2). − 1995. – С. 21-26.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. − 576 с.

3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. Для инженеров и учащихся втузов. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы. − 1957. − 327 с.

4. В.Н. Кудрявцев. Детали машин. Учебник для студентов вузов. Л.: Машиностроение, 1980. – С. 195.

Надійшла 03.06.2010