НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ им. В.М. ГЛУШКОВА
ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

№ 5 СЕНТЯБРЬ – ОКТЯБРЬ 2013

ОСНОВАН В ЯНВАРЕ 1956 г.
Выходит шесть раз в год

АДРЕС РЕДАКЦИИ:
03680 ГСП Киев 187,
проспект Академика Глушкова, 40,
корпус 4/1,
Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины
Тел.: 526-22-29,
522-58-46
E-mail: red@nonnared.kiev.ua

Редколлегия не сообщает мотивов отказа в публиковании статей и оставляет за собой право не возвращать рукописи.

В номере:

Уважаемые читатели!

Начинается подписка на «Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики» (старое название — «Автоматика») на 2014 год. Подписной индекс 74002, в каталоге МААН — 10033. В каталогах журнал представлен под буквой «М».

Журнал является единственным в Украине периодическим изданием, более пятидесяти лет (основан в январе 1956 года) публикующим работы фундаментального и прикладного характера в широком спектре проблем автоматического управления и информатики.

Ведущие тематические разделы: проблемы динамики управляемых систем; методы идентификации и адаптивного управления; оптимальное управление и методы оптимизации; математическое моделирование и исследование сложных управляемых систем; общие проблемы исследования космоса; управление физическими объектами и техническими системами; управление и оптимизация систем с распределенными параметрами; методы управления и оценивания в условиях неопределенности; качественные методы в теории управляемых систем; методы обработки информации; космические информационные технологии и системы; технические средства для измерений и управления; космический мониторинг; экономические и управленческие системы; управление в биологических и природных системах; роботы и системы искусственного интеллекта; проблемы защиты информации. В журнале регулярно публикуются труды научных конференций и семинаров по автоматическому управлению, по перспективным космическим исследованиям.

Журнал издается при творческом участии

Украинской Ассоциации по автоматическому управлению; Государственного космического агентства Украины; академических и отраслевых научных учреждений; ведущих вузов Украины и стран СНГ; ученых и специалистов стран дальнего зарубежья.

Главный редактор журнала — почетный директор Института космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, Президент Украинской ассоциации по автоматическому управлению академик НАН Украины КУНЦЕВИЧ Всеволод Михайлович.

«Международный научно-технический журнал «*Проблемы управления и информатики*» в полном объеме переиздается на английском языке с 1968 года, в настоящее время издательской фирмой Begell House, Inc. (США) под названием **«Journal of Automation and Information Sciences»** (www.begellhouse.com).

Журнал **включен в перечень профильных изданий ВАК Украины; регулярно реферируется в отечественных и зарубежных изданиях:** «Джерело» (Украина, Киев), «Реферативный журнал» (Россия, Москва, ВИНИТИ), «Математическое ревю» («Math. Review», США, Американское математическое общество), «Прикладная механика» («Applied mechanics Reviews», США, Американское общество инженеров-механиков); журнал введен в базу данных американского Института научной информатики Томсона (ISI), в реферативную базу данных Scopus.

Информация о журнале включена в:

Каталог периодических изданий Украины по подписке на 2014 год; Каталог Агентства «Роспечать» на 2014 год; Сводный каталог периодических изданий академий наук — членов МААН на 2014 год; Экспортный каталог на 2014 год.

Внимание! «Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики» распространяется только по подписке!

Наш адрес:

03680 ГСП Киев 187, проспект Академика Глушкова, 40, корпус 4/1,

Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины,

*редакция **«Международного научно-технического журнала «Проблемы управления и информатики»**, комн. 106;*

тел. 526-22-29, 522-58-46. E-mail: red@nonnared.kiev.ua

Редакторы: Л.И. Лесько, О.И. Жудра, Е.П. Перестюк, Е.Д. Давидян
Компьютерная группа: Г.В. Зорько, Т.В. Иванова, А.А. Туроверов

Подп. в печ. 31.07.2013. Формат 70×108/16. Бум. офсет. Гарнитура Таймс. Печать цифровая. Усл. печ. л. 14.0.
Усл. кр.-отт. 14.71. Уч.-изд. л. 12. Тираж 202 экз. Заказ 86. Цена 50 грн. (Украина), 10 у.е. (Россия и страны СНГ)
Свидетельство о государственной регистрации КВ № 15605-4077 ПР от 09.09.2009

Напечатано на полиграфическом участке
Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины
03680 Киев 187, проспект Академика Глушкова, 40

СОДЕРЖАНИЕ

Международный научно-технический журнал
«Проблемы управления и информатики», 2013, № 5

CONTENTS

ISSN 0572-2691

УДК 519.832.3

В.В. Романюк

СХОДИМОСТЬ И ОЦЕНКА ПРОЦЕССА КОМПЬЮТЕРНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИНЦИПА ОПТИМАЛЬНОСТИ В МАТРИЧНЫХ ИГРАХ С ВИДИМЫМ ГОРИЗОНТОМ РАЗЫГРЫВАНИЙ

Введение

Антагонистическое моделирование находит свое практическое применение не только, как это принято полагать, в социально-экономической сфере, но и в некоторых технико-технологических процессах, где возникает конфликтное взаимодействие на этапах оценивания точечных или функциональных параметров этих процессов [1, 2]. Задачи решения антагонистических игр возникают и при решении кооперативных игр [3, 4], моделирующих многосторонние конфликты. При этом, выполняя дискретизацию множеств чистых стратегий игроков, антагонистическую игру всегда можно свести к матричной, получая ее точное или приближенное решение [5, 6], и для получения эффекта моделирования остается применить это решение [1, 2, 7, 8] на практике.

Исследование матричных игр

Конечно, если матричная $M \times N$-игра с матрицей выигрыша $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{M \times N}$ и множествами $X = \{x_i\}_{i=1}^{M}$ и $Y = \{y_j\}_{j=1}^{N}$ чистых стратегий первого и второго игроков соответственно имеет решение в чистых стратегиях, то это решение элементарно используется на практике выбором оптимальной или оптимальных стратегий и собственно сама игра перестает быть игрой как таковой [3, 4, 6]. Если же эта матричная игра (МИ) не решается в чистых стратегиях, то первый игрок вынужден использовать смешанную стратегию

$$\mathbf{P} = [p_1 \;\; p_2 \;\; \ldots \;\; p_M] \in \boldsymbol{P}$$

как элемент фундаментального $(M-1)$-мерного симплекса

$$\boldsymbol{P} = \left\{ [p_1 \;\; p_2 \;\; \ldots \;\; p_M] \in \mathbb{R}^M : p_i \in [0; 1] \; \forall i = \overline{1, M}, \; \sum_{i=1}^{M} p_i = 1 \right\}, \tag{1}$$

а второй игрок вынужден использовать смешанную стратегию

$$\mathbf{Q} = [q_1 \;\; q_2 \;\; \ldots \;\; q_N] \in \boldsymbol{Q}$$

как элемент фундаментального $(N-1)$-мерного симплекса

$$\boldsymbol{Q} = \left\{ [q_1 \;\; q_2 \;\; \ldots \;\; q_N] \in \mathbb{R}^N : q_j \in [0; 1] \; \forall j = \overline{1, N}, \; \sum_{j=1}^{N} q_j = 1 \right\}, \tag{2}$$

получая при этом в ситуации $\{\mathbf{P}, \mathbf{Q}\}$ выигрыш и проигрыш

$$v(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} p_i q_j w_{ij} \tag{3}$$

соответственно. Значение (3) оптимизируется до значения $v_{\text{opt}} = v(\mathbf{P}_{\text{opt}}, \mathbf{Q}_{\text{opt}})$ на оптимальной ситуации $\{\mathbf{P}_{\text{opt}}, \mathbf{Q}_{\text{opt}}\}$, где

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = [p_1^{\langle \text{opt} \rangle} \;\; p_2^{\langle \text{opt} \rangle} \;\; \ldots \;\; p_M^{\langle \text{opt} \rangle}] \in \boldsymbol{P} \subset \mathbb{R}^M, \tag{4}$$

ISSN 0572-2691

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}} = [q_1^{\langle\text{opt}\rangle} \ q_2^{\langle\text{opt}\rangle} \ \ldots \ q_N^{\langle\text{opt}\rangle}] \in \boldsymbol{Q} \subset \mathbb{R}^N, \tag{5}$$

которая всегда существует в игре $\langle X, Y, \mathbf{W} \rangle$, давая игрокам возможность уравновеситься в силу двойного неравенства

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\text{T}} \le \mathbf{P}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\text{T}} \le \mathbf{P}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}^{\text{T}} \ \ \forall \mathbf{P} \in \boldsymbol{P} \text{ и } \forall \mathbf{Q} \in \boldsymbol{Q}. \tag{6}$$

Однако это равновесие понимается лишь в смысле математического ожидания выигрыша первого игрока, случайной величины [3, 4], значениями которой являются элементы матрицы $\mathbf{W}$. И это подразумевает бесконечное количество испытаний (разыгрываний). В реальном же явлении или процессе, моделируемом матричной игрой, количество разыгрываний G конечно и игроки сталкиваются с проблемой выбора конкретной чистой стратегии в каждом разыгрывании. Частично эта проблема устраняется привязкой спектров

$$\operatorname{supp} \mathbf{P}_{\text{opt}} = \{x_i \in X : p_i^{\langle\text{opt}\rangle} > 0\} = \{x_{i_k}\}_{k=1}^{K}, \tag{7}$$

$$\operatorname{supp} \mathbf{Q}_{\text{opt}} = \{y_j \in Y : q_j^{\langle\text{opt}\rangle} > 0\} = \{y_{j_l}\}_{l=1}^{L} \tag{8}$$

к вероятностным наборам

$$\mathbf{P}_{\text{opt}}^{\langle K \rangle} = [p_{i_1}^{\langle\text{opt}\rangle} \ p_{i_2}^{\langle\text{opt}\rangle} \ \ldots \ p_{i_{K-1}}^{\langle\text{opt}\rangle} \ p_{i_K}^{\langle\text{opt}\rangle}], \tag{9}$$

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}}^{\langle L \rangle} = [q_{j_1}^{\langle\text{opt}\rangle} \ q_{j_2}^{\langle\text{opt}\rangle} \ \ldots \ q_{j_{L-1}}^{\langle\text{opt}\rangle} \ q_{j_L}^{\langle\text{opt}\rangle}], \tag{10}$$

где разыгрываются K- и L-мерные случайные величины [9, 10] согласно (9) и (10), $K \le M$, $i_k < i_{k+1}$ $\forall k = \overline{1, K-1}$ при $i_k \in \{i\}_{i=1}^{M}$ $\forall k = \overline{1, K}$ и $L \le N$, $j_l < j_{l+1}$ $\forall l = \overline{1, L-1}$ при $j_l \in \{j\}_{j=1}^{N}$ $\forall l = \overline{1, L}$. Но, вообще говоря, $G \in \mathbb{N}$, так что при достаточно малых G, не касаясь случая $G = 1$, игрок просто не успевает применить некоторые стратегии из спектра (7) или (8), что делает ситуацию $\{\mathbf{P}_{\text{opt}}, \mathbf{Q}_{\text{opt}}\}$ нереализуемой, а значение $v_{\text{opt}} = v(\mathbf{P}_{\text{opt}}, \mathbf{Q}_{\text{opt}})$ стает недостижимым. С другой стороны, игроки, оптимизируя свои выигрыш и проигрыш соответственно на протяжении G разыгрываний, находятся в процессе уравновешивания их средних значений, поэтому число v_{opt} может быть достигнуто условно, с некоторой уступкой. Такой подход показан в [11], где для каждого из игроков введены функции допусков потерь $\delta_1(g)$ и $\delta_2(g)$, $g = \overline{1, G}$, формируемые под условием их монотонного убывания. Эти функции сходны по смыслу с коэффициентом дисконтирования в так называемых повторяющихся играх [12, 13], где с течением времени вклад выигрыша игрока в его средний выигрыш усиливается. Тем не менее теория повторяющихся игр, располагая многими концепциями равновесности [14, 15], не предоставляет ни метода их объединения в единый принцип оптимальности для повторяющихся МИ при $G \in \mathbb{N}$, ни однозначной связи с МИ с бесконечным количеством разыгрываний [16, 17].

Объектом исследования послужат МИ с пустым множеством седловых точек в чистых стратегиях (ПМСТЧС), где игроки полностью информированы [4, 6]. Необходимо доказать, что использование игроками монотонно убывающих функций допусков потерь не противоречит классическому принципу оптимальности в МИ [3, 4, 6], т.е. в предельном переходе величина среднего выигрыша игрока с учетом уступки как значения функции допусков потерь стремится к числу $v_{\text{opt}} = v(\mathbf{P}_{\text{opt}}, \mathbf{Q}_{\text{opt}})$. Также покажем оценку среднего выигрыша игрока в первых g разыгрываниях, $g = \overline{1, G}$.

Сходимость и оценки процедуры практической (компьютерной) реализации принципа оптимальности в матричных играх

В каждой партии игры игроки сначала предварительно выбирают чистые стратегии из спектров (7) и (8) с помощью разыгрывания, например одномерной случайной величины. Первый игрок разыгрывает равномерно распределенную на единичном полусегменте $[0; 1)$ случайную величину Θ [18], и если ее значение

$$\theta \in \left[\sum_{k=1}^{u-1} p_{i_k}^{\langle \mathrm{opt} \rangle}; \sum_{k=1}^{u} p_{i_k}^{\langle \mathrm{opt} \rangle}\right) \tag{11}$$

для $u \in \{\overline{1, K}\}$ [11, 18], то он предварительно выбирает чистую стратегию x_{i_u}. Аналогично второй игрок разыгрывает равномерно распределенную на единичном полусегменте $[0; 1)$ случайную величину Ξ, и если ее значение

$$\xi \in \left[\sum_{l=1}^{z-1} q_{j_l}^{\langle \mathrm{opt} \rangle}; \sum_{l=1}^{z} q_{j_l}^{\langle \mathrm{opt} \rangle}\right) \tag{12}$$

для $z \in \{\overline{1, L}\}$, то он предварительно выбирает чистую стратегию y_{j_z}. Заметим, что здесь игроки пока еще не используют предварительно выбранные стратегии, а лишь формально их фиксируют.

Реальный выигрыш первого игрока в g-м разыгрывании [11, 19] обозначим $v(g)$, $g = \overline{1, G}$. Полагаем, что игроки придерживаются классического принципа оптимальности, т.е. среди выбранных ими чистых стратегий нет тех, которые не входят в спектры (7) и (8), и выбор производится с соответствующими вероятностями из (9) и (10), что поддерживает двойное неравенство (6). Тогда каждый раз, получая некий выигрыш $v(g)$, первый игрок может по элементам со значением $v(g)$ матрицы $\mathbf{W}$ определить, какой именно чистой стратегией из спектра (8) воспользовался его оппонент в g-й партии игры. Второй игрок действует аналогично.

Если во время g-й партии игры (еще не разыгранной) для предварительно зафиксированной стратегии x_{i_t}, $t \in \{k\}_{k=1}^{K}$, имеет место неравенство [11]

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \sum_{l=1}^{L} w_{i_t j_l} q_{j_l}(g)\right) = \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_t}, g)\right) < v_{\mathrm{opt}} - \delta_1(g) \tag{13}$$

с некоторой функцией допусков потерь $\delta_1(g)$ первого игрока, $0 < \delta_1(g) < \delta_1(g-1)$ $\forall g = \overline{2, G}$, где второй игрок в $(g-1)$-й партии игры воспользовался чистой стратегией y_{j_s}, $s \in \{l\}_{l=1}^{L}$,

$$[q_{j_1}(1)\, q_{j_2}(1) \ldots q_{j_{L-1}}(1)\, q_{j_L}(1)] = \mathbf{Q}_{\mathrm{opt}}^{\langle L \rangle} = \left[\frac{c_1(1)}{G}\ \frac{c_2(1)}{G} \ldots \frac{c_{L-1}(1)}{G}\ \frac{c_L(1)}{G}\right], \tag{14}$$

$$c_l(1) = G q_{j_l}^{\langle \mathrm{opt} \rangle} \quad \forall l = \overline{1, L}, \tag{15}$$

$$\begin{aligned} q_{j_s}(g) &= \frac{c_s(g-1)-1}{G} \cdot \frac{1 + \mathrm{sign}\,[c_s(g-1)-1]}{2} = \frac{c_s(g)}{G} = \\ &= q_{j_s}(g-1) \cdot \frac{c_s(g-1)-1}{c_s(g-1)} \cdot \frac{1 + \mathrm{sign}\,[c_s(g-1)-1]}{2}, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} q_{j_l}(g) &= q_{j_l}(g-1)\left(1 - q_{j_s}(g-1) \cdot \frac{c_s(g-1)-1}{c_s(g-1)} \cdot \frac{1 + \mathrm{sign}\,[c_s(g-1)-1]}{2}\right) \times \\ &\times [1 - q_{j_s}(g-1)]^{-1} = \frac{c_l(g)}{G} \quad \forall l \in \{\overline{1, L}\} \setminus \{s\}, \end{aligned} \tag{17}$$

ISSN 0572-2691

то первый игрок разыгрывает случайную величину Θ до того момента [11, 19], пока для некоторой чистой стратегии x_{i_r}, $r \in \{k\}_{k=1}^{K}$, не будет выполнено неравенство

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \sum_{l=1}^{L} w_{i_r j_l} q_{j_l}(g)\right) = \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_r}, g)\right) \geq v_{\text{opt}} - \delta_1(g). \qquad (18)$$

Если во время g-й партии игры для предварительно зафиксированной стратегии y_{j_h}, $h \in \{l\}_{l=1}^{L}$, имеет место неравенство [11]

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \sum_{k=1}^{K} w_{i_k j_h} p_{i_k}(g)\right) = \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_h}, g)\right) > v_{\text{opt}} + \delta_2(g) \qquad (19)$$

с некоторой функцией допусков потерь $\delta_2(g)$ второго игрока, $0 < \delta_2(g) < \delta_2(g-1)$ $\forall g = \overline{2, G}$, где первый игрок в $(g-1)$-й партии игры воспользовался чистой стратегией x_{i_r}, $r \in \{k\}_{k=1}^{K}$,

$$[p_{i_1}(1)\ p_{i_2}(1)\ \ldots\ p_{i_{K-1}}(1)\ p_{i_K}(1)] = \mathbf{P}_{\text{opt}}^{\langle K \rangle} = \left[\frac{d_1(1)}{G}\ \frac{d_2(1)}{G}\ \ldots\ \frac{d_{K-1}(1)}{G}\ \frac{d_K(1)}{G}\right], \qquad (20)$$

$$d_k(1) = G p_{i_k}^{\langle \text{opt} \rangle} \quad \forall k = \overline{1, K}, \qquad (21)$$

$$p_{i_r}(g) = \frac{d_r(g-1)-1}{G} \cdot \frac{1+\operatorname{sign}[d_r(g-1)-1]}{2} = \frac{d_r(g)}{G} =$$

$$= p_{i_r}(g-1) \cdot \frac{d_r(g-1)-1}{d_r(g-1)} \cdot \frac{1+\operatorname{sign}[d_r(g-1)-1]}{2}, \qquad (22)$$

$$p_{i_k}(g) = p_{i_k}(g-1)\left(1 - p_{i_r}(g-1) \cdot \frac{d_r(g-1)-1}{d_r(g-1)} \cdot \frac{1+\operatorname{sign}[d_r(g-1)-1]}{2}\right) \times$$

$$\times [1 - p_{i_r}(g-1)]^{-1} = \frac{d_k(g)}{G} \quad \forall k \in \{\overline{1, K}\} \setminus \{r\}, \qquad (23)$$

то второй игрок разыгрывает случайную величину Ξ до того момента, пока для некоторой чистой стратегии y_{j_s}, $s \in \{l\}_{l=1}^{L}$, не будет выполнено неравенство [11]

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \sum_{k=1}^{K} w_{i_k j_s} p_{i_k}(g)\right) = \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_s}, g)\right) \leq v_{\text{opt}} + \delta_2(g). \qquad (24)$$

Несмотря на то, что монотонно убывающие функции допусков потерь $\delta_1(g)$ и $\delta_2(g)$ каждый игрок определяет самостоятельно, все же в работе [11] предложен следующий вид этих функций:

$$\delta_n(g) = 1/(g\beta_n g^{1/a_n}),\ \beta_n > 0,\ a_n > 0,\ n \in \{1, 2\}. \qquad (25)$$

Очевидно, что во время первой партии игры, когда $g = 1$ и еще ничего не известно о предыстории разыгрываний, для нижней цены V_{low} и верхней цены V_{up} игры должно быть

$$\beta_1 \geq (v_{\text{opt}} - V_{\text{low}})^{-1} = (v_{\text{opt}} - \max_{i=\overline{1,M}} \min_{j=\overline{1,N}} w_{ij})^{-1}, \qquad (26)$$

$$\beta_2 \geq (V_{\text{up}} - v_{\text{opt}})^{-1} = (\min_{j=\overline{1,N}} \max_{i=\overline{1,M}} w_{ij} - v_{\text{opt}})^{-1}. \qquad (27)$$

Тогда имеет место следующее утверждение о сходимости изложенной модели практической реализации принципа оптимальности, т.е. реального использования игроками стратегий (4) и (5).

Теорема 1. В матричной $M \times N$-игре $\left\langle \{x_i\}_{i=1}^{M}, \{y_j\}_{j=1}^{N}, [w_{ij}]_{M\times N} \right\rangle$ используемая игроками процедура (11), (13)–(18) и (12), (19)–(24) с функциями допусков потерь (25) для практической реализации принципа оптимальности является сходящейся в смысле

$$\lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_r}, g)\right) = v_{\text{opt}} = \lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_s}, g)\right). \qquad (28)$$

Доказательство. Первый игрок выбирает свою чистую стратегию x_{i_r}, $r \in \{k\}_{k=1}^{K}$, исходя из условия (18), откуда получается

$$\lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_r}, g)\right) \geq \lim_{g\to\infty} [v_{\text{opt}} - \delta_1(g)] = v_{\text{opt}} - \lim_{g\to\infty} (1/(g\beta_1 g^{1/a_1})) = v_{\text{opt}},$$

т.е.

$$\lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_r}, g)\right) \geq v_{\text{opt}}. \qquad (29)$$

С другой стороны, второй игрок выбирает свою чистую стратегию y_{j_s}, $s \in \{l\}_{l=1}^{L}$, исходя из условия (24), откуда

$$\lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_s}, g)\right) \leq \lim_{g\to\infty} [v_{\text{opt}} + \delta_2(g)] = v_{\text{opt}} + \lim_{g\to\infty} (1/(g\beta_2 g^{1/a_2})) = v_{\text{opt}},$$

т.е.

$$\lim_{g\to\infty} \frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_s}, g)\right) \leq v_{\text{opt}}. \qquad (30)$$

В левых частях (29) и (30) под знаком предела находятся значения $\tilde{v}(x_{i_r}, g)$ и $\tilde{v}(y_{j_s}, g)$, являющиеся одним и тем же ожидаемым выигрышем первого игрока в g-м разыгрывании. Поэтому и левые части неравенств (29) и (30) являются равными, а одновременное выполнение этих неравенств записывается как (28).

Теорема доказана.

Важным с точки зрения тактики разыгрываний и прогноза фактического исхода конфликта [3, 7, 19] является оценивание среднего выигрыша игрока в первых g разыгрываниях, $g = \overline{1, G}$.

Теорема 2. В матричной $M \times N$-игре $\left\langle \{x_i\}_{i=1}^{M}, \{y_j\}_{j=1}^{N}, [w_{ij}]_{M\times N} \right\rangle$ при использовании первым игроком процедуры (11), (13)–(18) с функцией допусков потерь (25), $n = 1$, справедлива оценка

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(x_{i_r}, g)\right) \geq \frac{v_{\text{opt}}(g^{(a_1+1)/a_1} - 1) + V_{\text{low}}}{g^{(a_1+1)/a_1}}. \qquad (31)$$

В этой же игре при использовании вторым игроком процедуры (12), (19)–(24) с функцией допусков потерь (25), $n = 2$, справедлива оценка

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \tilde{v}(y_{j_s}, g)\right) \leq \frac{v_{\text{opt}}(g^{(a_2+1)/a_2} - 1) + V_{\text{up}}}{g^{(a_2+1)/a_2}}. \qquad (32)$$

ISSN 0572-2691

Доказательство. Из соотношения (26) для функции допусков потерь первого игрока $\delta_1(g) = (\beta_1 g^{(a_1+1)/a_1})^{-1}$ получается $v_{\mathrm{opt}} - V_{\mathrm{low}} \geq 1/\beta_1$, что дает

$$\frac{v_{\mathrm{opt}} - V_{\mathrm{low}}}{g^{(a_1+1)/a_1}} \geq \delta_1(g) = \frac{1}{\beta_1 g^{(a_1+1)/a_1}},$$

$$-\delta_1(g) \geq -\frac{v_{\mathrm{opt}} - V_{\mathrm{low}}}{g^{(a_1+1)/a_1}} = \frac{V_{\mathrm{low}} - v_{\mathrm{opt}}}{g^{(a_1+1)/a_1}}. \tag{33}$$

Подставляя (33) в правую часть (18), получаем оценку среднего выигрыша первого игрока в первых g разыгрываниях, $g = \overline{1, G}$:

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \widetilde{v}(x_{i_r}, g)\right) \geq v_{\mathrm{opt}} - \delta_1(g) \geq v_{\mathrm{opt}} +$$

$$+\frac{V_{\mathrm{low}} - v_{\mathrm{opt}}}{g^{(a_1+1)/a_1}} = \frac{v_{\mathrm{opt}}(g^{(a_1+1)/a_1} - 1) + V_{\mathrm{low}}}{g^{(a_1+1)/a_1}}, \tag{34}$$

откуда немедленно следует (31). Для второго игрока аналогично:

$$V_{\mathrm{up}} - v_{\mathrm{opt}} \geq \frac{1}{\beta_2}, \quad \frac{V_{\mathrm{up}} - v_{\mathrm{opt}}}{g^{(a_2+1)/a_2}} \geq \delta_2(g) = \frac{1}{\beta_2 g^{(a_2+1)/a_2}}, \tag{35}$$

и, подставляя (35) в (24), получаем оценку среднего проигрыша второго игрока в первых g разыгрываниях, $g = \overline{1, G}$:

$$\frac{1}{g}\left(\sum_{m=1}^{g-1} v(m) + \widetilde{v}(y_{j_s}, g)\right) \leq v_{\mathrm{opt}} + \delta_2(g) \leq v_{\mathrm{opt}} +$$

$$+\frac{V_{\mathrm{up}} - v_{\mathrm{opt}}}{g^{(a_2+1)/a_2}} = \frac{v_{\mathrm{opt}}(g^{(a_2+1)/a_2} - 1) + V_{\mathrm{up}}}{g^{(a_2+1)/a_2}}, \tag{36}$$

откуда немедленно следует (32).

Теорема доказана.

Заключение

Процедуры (11), (13)–(18) и (12), (19)–(24) с функциями допусков потерь (25) для практической реализации принципа оптимальности (6) в МИ с ПМСТЧС с видимым горизонтом разыгрываний $G \in \mathbb{N}$ (ВГР) легко имплементируется в любую программную среду, контролирующую ход разыгрываний, и если это необходимо, выдающую рекомендации игрокам по применению тех или иных чистых стратегий из спектров (7), (8). Эта процедура, являясь моделью процесса компьютерной реализации принципа оптимальности в МИ с ПМСТЧС с ВГР $G \in \mathbb{N}$, может выполняться и без участия игрока, от которого требуется лишь задание количества будущих разыгрываний G. Поскольку ее сходимость доказана в теореме 1, то она отображает принцип оптимальности в МИ с ПМСТЧС как в условиях ВГР, когда конечное число партий игры заведомо известно, так и в условиях бесконечного количества разыгрываний (невидимого горизонта), а оценки (31) и (32) гарантируют получение средних выигрыша и проигрыша первым и вторым игроками соответственно.

В.В. Романюк

ЗБІЖНІСТЬ ТА ОЦІНКА ПРОЦЕСУ КОМП'ЮТЕРНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРИНЦИПУ ОПТИМАЛЬНОСТІ В МАТРИЧНИХ ІГРАХ З ВИДИМИМ ГОРИЗОНТОМ РОЗІГРУВАНЬ

Розглянуто одну процедуру практичної реалізації принципу оптимальності в матричних іграх з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях, де скінченна кількість розігрувань заздалегідь відома. Доведено збіжність цієї процедури, а також показано оцінку середнього виграшу або програшу гравця, що бере у ній участь.

V.V. Romanuke

CONVERGENCE AND ESTIMATION OF A PROCESS OF COMPUTER IMPLEMENTATION OF THE OPTIMALITY PRINCIPLE IN MATRIX GAMES WITH APPARENT HORIZON OF PLAYS

There is represented a procedure of practical realization of the optimality principle in matrix games with the empty set of saddle points in pure strategies, where the finite number of plays is surely known. This procedure convergence is proved, and also there is shown an estimation of the averaged win payoff or loss payoff of the player, participating in it.

1. *Вилкас Э.Й.* Оптимальность в играх и решениях. — М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1990. — 256 с.
2. *Таха Хемди А.* Введение в исследование операций. — 7-е изд. — М. : Издательский дом «Вильямс», 2005. — 902 с.
3. *Воробьев Н.Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков. — М. : Наука, 1985. — 272 с.
4. *Оуэн Г.* Теория игр. — 2-е изд. — М. : Едиториал УРСС, 2004. — 216 с.
5. *Протасов И.Д.* Теория игр и исследование операций. — 2-е изд. — М. : Гелиос АРВ, 2006. — 368 с.
6. *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр. — М. : Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. — 304 с.
7. *Суздаль В.Г.* Теория игр для флота. — М. : Воениздат, 1976. — 318 с.
8. *Кунцевич В.М., Чикрий А.А.* Управляемые процессы — методы исследования и приложения // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 4. — С. 11–23.
9. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — 9-е изд. — М. : Высш. шк., 2003. — 479 с.
10. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. — 2-е изд. — М. : Высш. шк., 2000. — 480 с.
11. *Романюк В.В.* Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2009. — № 2. — С. 45–52.
12. *Renault J., Scarlatti S., Scarsini M.* Discounted and finitely repeated minority games with public signals // Mathematical Social Sciences. — 2008. — **56**, N 1. — P. 44–74.
13. *Chen B., Takahashi S.* A folk theorem for repeated games with unequal discounting // Games and Economic Behavior. — 2012. — **76**, N 2. — P. 571–581.
14. *Neme A., Quintas L.* Nash equilibrium strategies in repeated games with and without cost of implementation // Operations Research Letters. — 1992. — **12**, N 2. — P. 111–115.
15. *Wolitzky A.* Indeterminacy of reputation effects in repeated games with contracts // Games and Economic Behavior. — 2011. — **73**, N 2. — P. 595–607.
16. *González-Díaz J.* Finitely repeated games: A generalized Nash folk theorem // Ibid. — 2006. — **55**, N 1. — P. 100–111.
17. *Mannor S., Shimkin N.* Regret minimization in repeated matrix games with variable stage duration // Ibid. — 2008. — **63**, N 1. — P. 227–258.
18. *Томашевський В.М.* Моделювання систем. — Київ : Видавнича група BHV, 2005. — 352 с.
19. *Итеративные* методы в теории игр и программировании / В.З. Беленький, В.А. Волконский, С.А. Иванков, А.Б. Поманский, А.Д. Шапиро. — М. : Наука, 1974. — 240 с.

Получено 23.11.2011
После доработки 04.03.2013

УДК 517.977

О функциональной форме первого прямого метода Понтрягина и сравнении гарантированных времен в игровых задачах динамики / Чикрий К.А. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 5–15.

Рассмотрена игровая задача сближения для нестационарных управляемых процессов на базе двух схем метода разрешающих функций: основной схемы и схемы с фиксированными селекторами терминального множества, и первого прямого метода Понтрягина. Благодаря установлению функциональной формы первого прямого метода приведены достаточные условия совпадения гарантированных времен окончания игры соответственно рассмотренным методам.

Библиогр.: 20 назв.

УДК 517.977

О нестационарных дифференциальных играх группового сближения / Кривонос И.Ю. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 16–21.

Рассматривается игровая задача группового сближения для процесса, описываемого системой нестационарных квазилинейних уравнений. Параметры конфликтно-управляемого процесса, области управления игроков и терминальное множество тоже изменяются со временем. Получены достаточные условия окончания игры за конечное время в классе квазистратегий на основе метода разрешающих функций.

Библиогр.: 28 назв.

УДК 519.71

Робастная многокритериальная идентификация нелинейных объектов на основе эволюционирующих радиально-базисных сетей / Руденко О.Г., Бессонов А.А. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 22–32.

Рассмотрена задача многокритериальной нейросетевой идентификации нелинейного объекта на основе эволюционирующей радиально-базисной сети, выбор структуры которой и ее адаптация осуществляется с помощью генетического алгоритма. Для устранения негауссовских помех используются робастные фитнес-функции, а для выбора оптимальной модели с фронта Парето — робастные информационные критерии. Приведены результаты имитационного моделирования, подтверждающие эффективность развиваемого подхода.

Ил. 5. Библиогр.: 27 назв.

УДК 519.25:681.5

Идентификация параметров систем авторегрессионных уравнений со случайными коэффициентами при известных ковариационных матрицах / Сарычев А.П. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 33–52.

Рассмотрена задача оценивания коэффициентов в системе авторегрессионных уравнений, в которых коэффициенты являются случайными величинами, множества входных переменных в уравнениях могут быть различными, а случайные аддитивные составляющие в выходных переменных могут быть статистически зависимы как в модели функционирования, так и в модели наблюдения. Предполагается, что ковариационные матрицы случайных коэффициентов, а также аддитивных случайных составляющих в моделях функционирования и наблюдения заданы. Предложена итерационная процедура оценивания математических ожиданий случайных коэффициентов, которая исследована методом статистических испытаний.

Табл. 4. Ил. 6. Библиогр.: 21 назв.

УДК 517.977

Оптимальное управление одним классом стохастических распределенных систем типа Соболева с последействием / Власенко Л.А., Руткас А.Г. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 53–63.

Изучается задача оптимального стохастического управления с квадратичным функционалом качества для распределенной системы с запаздыванием. Система описывается линейным стохастическим дифференциально-операторным уравнением, неразрешимым относительно стохастического дифференциала. Основное предположение состоит в ограничении на рост резольвенты характеристического операторного

 ISSN 0572-2691

пучка уравнения в некоторой правой полуплоскости. Рассматривается приложение абстрактных результатов к стохастическим дифференциальным уравнениям в частных производных, которые не относятся к типу Коши–Ковалевской, в частности к стохастической системе Навье–Стокса.

Библиогр.: 26 назв.

УДК 519.8

Решение дискретных задач оптимизации с дробно-линейной целевой функцией методом ветвей и границ / Емец О.А., Черненко О.А. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 64–69.

Рассматривается точный комбинаторный метод решения задачи дискретной оптимизации с дробно-линейной функцией цели. Построен алгоритм метода ветвей и границ для решения такой задачи.

Библиогр.: 17 назв.

УДК 621.3.078.3

Синтез регулятора на основе технологии вложения для управления выращиванием крупногабаритных монокристаллов / Суздаль В.С., Козьмин Ю.С., Соболев А.В., Тавровский И.И. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 70–76.

Для управления выращиванием крупногабаритных монокристаллов на основе вложения систем решена задача линейного управления по вынужденной составляющей. Выбор частного решения при синтезе регулятора предложено проводить на основе минимизации некоторого специальным образом определенного «расстояния» от модели образа замкнутой системы до результата синтеза — замкнутой системы с вычисленным регулятором.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

УДК 519.21

Исследование консистентности оценок параметров гиббсовского распределения, полученных методом наименьших квадратов / Самосёнок А.С. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 77–83.

Рассмотрены условия сильной состоятельности оценки наименьших квадратов для марковских последовательностей с гиббсовским распределением. Сформулированы и доказаны теоремы, которые позволяют аппроксимировать критериальную функцию марковского процесса с единственной точкой максимума ее эмпирической оценкой. Полученные результаты, несмотря на теоретический характер, достаточно широко применяются при моделировании стохастических процессов.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.396.6:004.942

Назначение допусков методом сглаженных вершин / Шило Г.Н. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 84–95.

Предложена процедура формирования областей рассеяния в случае, когда распределения значений параметров элементов заданы статистическими рядами. Используется аппроксимация законов распределения на граничных участках статистических рядов. Область рассеяния формируется в виде брусоэллипсоидной структуры с вершинными эллипсоидными гиперповерхностями. Проводится сравнение результатов допускового проектирования для различных законов распределения значений параметров элементов.

Табл. 1. Ил. 3. Библиогр.: 12 назв.

УДК 519.832.3

Сходимость и оценка процесса компьютерной реализации принципа оптимальности в матричных играх с видимым горизонтом разыгрываний / Романюк В.В. // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 96–102.

Представлена одна процедура практической реализации принципа оптимальности в матричных играх с пустым множеством седловых точек в чистых стратегиях, где конечное количество разыгрываний заведомо известно. Доказана сходимость этой процедуры, а также показана оценка среднего выигрыша или проигрыша участвующего в ней игрока.

Библиогр.: 19 назв.

АВТОРЫ НОМЕРА

Багрий-Заяц Оксана Андреевна,
ассистент кафедры медицинской физики и медицинского оборудования Тернопольского государственного медицинского университета им. И.Я. Горбачевского

Белов Владимир Михайлович,
доктор медицинских наук, профессор, ведущий научный сотрудник Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и Министерства образования и науки Украины, г. Киев

Бессонов Александр Александрович,
кандидат технических наук, профессор, старший преподаватель Харьковского национального университета радиоэлектроники

Власенко Лариса Андреевна,
доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина

Дышлюк Ольга Николаевна,
ассистент кафедры компьютеризированных систем управления Национального авиационного университета, г. Киев

Емец Олег Алексеевич,
доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой Полтавского университета потребительской кооперации Украины

Коба Елена Викторовна,
доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев

Козьмин Юрий Семенович,
кандидат технических наук, научный сотрудник Института сцинтилляционных материалов НАН Украины, г. Харьков

Корхин Арнольд Самуилович,
доктор физико-математических наук, профессор Национального горного университета, г. Днепропетровск

Кривонос Ирина Юрьевна,
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев

Кузнецов Николай Юрьевич,
член-корреспондент НАН Украины, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев

Лебедев Дмитрий Васильевич,
доктор технических наук, зав. отделом Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и Министерства образования и науки Укрзины, г. Киев

Марценюк Василий Петрович,
доктор технических наук, профессор Тернопольского государственного медицинского университета им. И.Я. Горбачевского

Пустовая Светлана Викторовна,
кандидат технических наук, доцент, докторант Национального авиационного университета, г. Киев

Романюк Вадим Васильевич,
кандидат технических наук, доцент Хмельницкого национального университета

Руденко Олег Григорьевич,
доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники

Руткас Анатолий Георгиевич,
доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина

Самосёнок Александр Сергеевич,
младший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев

Сарычев Александр Павлович,
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института технической механики НАН Украины и НКА Украины, г. Днепропетровск

Соболев Александр Викторович,
кандидат технических наук, младший научный сотрудник Института сцинтилляционных материалов НАН Украины, г. Харьков

Суздаль Виктор Семенович,
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Института сцинтилляционных материалов НАН Украины, г. Харьков

Тавровский Игорь Игоревич,
кандидат технических наук, младший научный сотрудник Института сцинтилляционных материалов НАН Украины, г. Харьков

Черненко Оксана Алексеевна,
кандидат физико-математических наук, доцент Полтавского университета потребительской кооперации Украины

Черноморец Валентин Александрович,
научный сотрудник Международного научно-учебного центра информационных технологий и систем НАН Украины и Министерства образования и науки Украины, г. Киев

Чикрий Кирилл Аркадьевич,
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев

Шило Галина Николаевна,
кандидат технических наук, доцент Запорожского национального технического университета

Шумская Алла Антоновна,
кандидат физико-математических наук, доцент Физико-технического института Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»