

Секція математичного моделювання

ВИКОРИСТАННЯ MATHCAD ДЛЯ КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ВАЖЛИВИХ МЕХАНІЗМІВ ВИСОКИХ КЛАСІВ

Харжєвський В. О.¹, Марченко М. В.², Нагабась В. В.³

Хмельницький національний університет

E-mail: ¹vk.solidworks@gmail.com, ²max@solidworks.net.ua, ³vlnagabas@gmail.com

На сьогодні для проведення інженерних розрахунків та наукових досліджень одержали широке застосування потужні пакети математичного моделювання, які не вимагають спеціальних знань в програмуванні – це Maple, MATLAB, Mathcad тощо. Полегшуючи розв'язання складних математичних задач, такі системи дозволяють значно підвищити ефективність праці різних спеціалістів. Використання їх у навчальному процесі дозволяє підвищити рівень математичної та технічної освіти.

Ця робота присвячена використанню однієї з найбільш розповсюджених систем – Mathcad – для розв'язування досить складної задачі теорії механізмів і машин (ТММ) – аналітичного дослідження кінематики механізмів високих класів класу [1–3]. Пакет Mathcad [3] є ефективним засобом для аналітичних перетворень і чисельних розв'язків різноманітних інженерних та фізичних задач. Межі його використання розповсюджуються від простих обчислень до проведення розрахунків для розв'язання складних задач у різних галузях знань. Зокрема, за допомогою Mathcad можна успішно розв'язувати різні задачі ТММ. Пакет має надзвичайно зручний математично-орієнтований інтерфейс і зручні засоби для візуалізації графічної інформації. Наявність інтеграції Mathcad з такими потужними системами автоматизації розрахунків, як PTC Creo, Excel та SOLIDWORKS робить його незамінним інструментом у руках не тільки студентів, але й інженерів, які займаються розробкою складних систем. Ілюстрацією широкого використання програмного продукту Mathcad для розв'язування задач механіки і ТММ може служити велика кількість наукових публікацій.

Механізми, клас яких вищий другого, називають механізмами високих класів. Для кінематичного дослідження таких механізмів можна використати метод замкнених векторних контурів. У загальному ви-

падку задача ускладнюється тим, що такі механізми мають різні зборки і задача зводиться до розв'язання системи нелінійних рівнянь, а це вимагає розробки окремої програми для кожної зборки механізму. В цій роботі розглянемо методику дослідження кінематики таких механізмів, задавшись початковими значеннями положень ланок на прикладі механізму III класу, кінематична схема якого зображена на рис. 1.

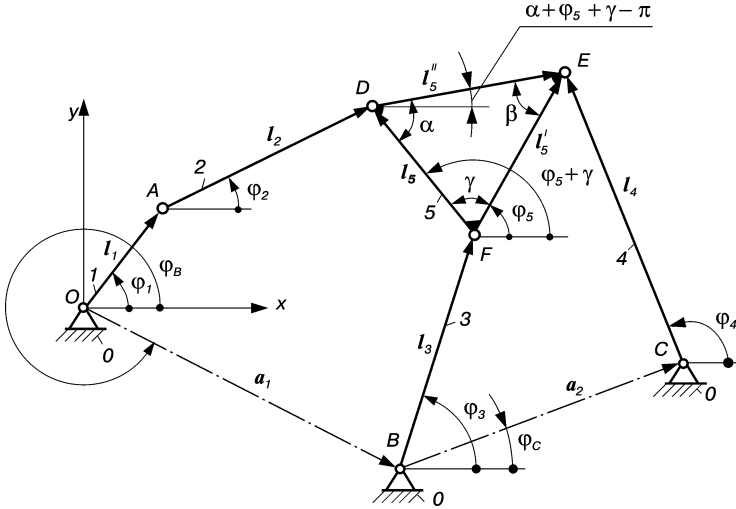


Рис. 1. Кінематична схема важільного механізму III класу

До складу механізму входить кривошип OA і стояк O , які утворюють механізм I класу, та одна група III класу III порядку. Для визначення кінематичних параметрів руху ланок механізму складаємо два рівняння замкнутості векторних контурів – $OADFB$ і $BFEC$:

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{a}_1 + \bar{l}_3 + \bar{l}_5; \quad \bar{l}_3 + \bar{l}_{51} = \bar{a}_2 + \bar{l}_5, \quad (1)$$

які у проєкціях на координатні осі x і y мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= a_1 \cos \varphi_B + l_3 \cos \varphi_3 + l_5 \cos \varphi_5; \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= a_1 \sin \varphi_B + l_3 \sin \varphi_3 + l_5 \sin \varphi_5; \\ l_3 \cos \varphi_3 + l_{51} \cos \varphi_5 &= a_2 \cos \varphi_C + l_5 \cos \varphi_5; \\ l_3 \sin \varphi_3 + l_{51} \sin \varphi_5 &= a_2 \sin \varphi_C + l_5 \sin \varphi_5. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Як видно, залежності (2) є системою нелінійних рівнянь, розглядаючи які можна знайти кути $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$. Сучасне програмне

забезпечення дозволяє розв'язувати такі задачі чисельним способом. Тут ускладнення викликає тільки визначення початкових положень ланок механізму, тому що такий механізм має декілька варіантів зборки. Початкові положення ланок механізму можна знайти графічним способом. В програмі Mathcad ця задача може бути розв'язана за допомогою блоку розв'язування рівнянь Given-Find.

Продиференціювавши рівняння (2) за узагальненою координатою φ_1 , та розв'язавши одержану систему лінійних рівнянь, отримаємо аналоги кутових швидкостей $\varphi'_2, \varphi'_3, \varphi'_4, \varphi'_5$ і кутових прискорень $\varphi''_2, \varphi''_3, \varphi''_4, \varphi''_5$. Проте і в цьому випадку розв'язання задач ускладнюється вибором початкових значень відповідних аналогів. Щоб уникнути цієї трудомісткої процедури використаємо чисельне диференціювання кутових переміщень ланок.

Знаючи аналоги швидкостей і прискорень, знаходимо дійсні фізичні величини за формулами [2] ($\omega_1 = \text{const}$):

$$\omega_2 = \varphi'_2 \omega_1, \quad \omega_3 = \varphi'_3 \omega_1, \quad \varepsilon_2 = \varphi''_2 \omega_1^2, \quad \varepsilon_3 = \varphi''_3 \omega_1^2,$$

де ω_i – кутова швидкість відповідної ланки ($i = 2-5$); ε_i – їх кутові прискорення; $\varphi'_i = d\varphi_i/d\varphi_1, \omega_i = d\varphi'_i/d\varphi_1 = d^2\varphi_i/d\varphi_1^2$ – аналог кутової швидкості та кутового прискорення відповідної ланки.

Програма в системі Mathcad.

Аналітичне дослідження кінематики механізму III класу

Вихідні дані

$$l_1 := 0.03 \quad l_2 := 0.16 \quad l_3 := 0.057 \quad l_4 := 0.1 \quad l_5 := 0.075 \quad l_{51} := 0.087 \quad l_{52} := 0.085$$

$$a_1 := 0.147 \quad a_2 := 0.115 \quad \varphi_0 := 0 \quad \varphi_B := 348\text{deg} \quad \varphi_C := 353\text{deg} \quad N := 360$$

$$\gamma := \arccos\left[\frac{(l_5^2 + l_{51}^2 - l_{52}^2)}{2 \cdot l_5 \cdot l_{51}}\right] \quad \Delta\varphi_1 := \frac{2\pi}{N}$$

Початкові положення ланок

$$\varphi_{1N} := \varphi_0 \quad \varphi_{2N} := 42\text{deg} \quad \varphi_{3N} := 85\text{deg} \quad \varphi_{4N} := 105\text{deg} \quad \varphi_{5N} := 18\text{deg}$$

Визначення положення ланок

Given

$$l_1 \cdot \cos(\varphi_1) + l_2 \cdot \cos(\varphi_2) - a_1 \cdot \cos(\varphi_B) - l_3 \cdot \cos(\varphi_3) - l_5 \cdot \cos(\varphi_5 + \gamma) = 0$$

$$l_1 \cdot \sin(\varphi_1) + l_2 \cdot \sin(\varphi_2) - a_1 \cdot \sin(\varphi_B) - l_3 \cdot \sin(\varphi_3) - l_5 \cdot \sin(\varphi_5 + \gamma) = 0$$

$$l_3 \cdot \cos(\varphi_3) + l_{51} \cdot \cos(\varphi_5) - a_2 \cdot \cos(\varphi_C) - l_4 \cdot \cos(\varphi_4) = 0$$

$$F_L(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5) := \text{Find}(\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5)$$

$$i := 1..N \quad \varphi_{1_i} := \varphi_{1N} + \Delta\varphi_1 \cdot i \quad \begin{pmatrix} \varphi_{3_i} \\ \varphi_{4_i} \\ \varphi_{5_i} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} F_L(\varphi_{1_i}, \varphi_{2_{i-1}}, \varphi_{3_{i-1}}, \varphi_{4_{i-1}}, \varphi_{5_{i-1}})1 \\ F_L(\varphi_{1_i}, \varphi_{2_{i-1}}, \varphi_{3_{i-1}}, \varphi_{4_{i-1}}, \varphi_{5_{i-1}})2 \\ F_L(\varphi_{1_i}, \varphi_{2_{i-1}}, \varphi_{3_{i-1}}, \varphi_{4_{i-1}}, \varphi_{5_{i-1}})3 \end{pmatrix}$$

Визначення аналогів кутових швидкостей ланок

$$\varphi'_2 := \begin{cases} \text{for } k \in 1.. \text{length}(\varphi_2) - 1 \\ \text{Result}_k \leftarrow \frac{N \cdot (\varphi_{2_k} - \varphi_{2_{k-1}})}{2\pi} \\ \text{Result}_0 \leftarrow \text{Result}_N \\ \text{Result} \end{cases} \quad \varphi'_3 := \begin{cases} \text{for } k \in 1.. \text{length}(\varphi_3) - 1 \\ \text{Result}_k \leftarrow \frac{N \cdot (\varphi_{3_k} - \varphi_{3_{k-1}})}{2\pi} \\ \text{Result}_0 \leftarrow \text{Result}_N \\ \text{Result} \end{cases}$$

Аналогічно проводиться визначення інших кінематичних величин. Результати проведених розрахунків у Mathcad можна представити у вигляді діаграм, як показано на рис. 2.

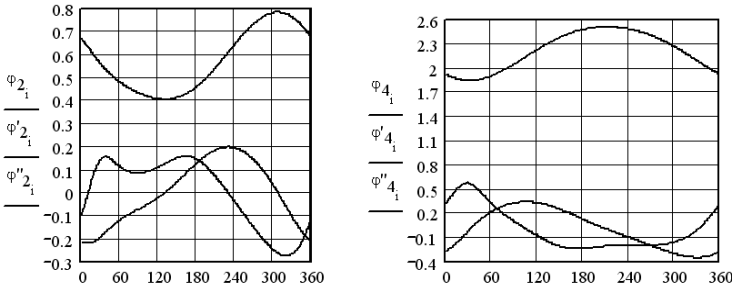


Рис. 2. Приклади результатів у вигляді діаграм

Отже, на основі методики, розглянутої в роботі, складено алгоритми в Mathcad, що дозволяють виконати дослідження кінематики важільних механізмів високих класів та побудувати діаграми їх кінематичних параметрів. Для знаходження швидкостей і прискорень, з метою уникнення аналізу виду зборки механізму, використано чисельне диференціювання переміщень ланок.

Література

1. Бертяев В. Д. Теоретическая механика на базе Mathcad. – СПб. : БХВ, 2005. – 762 с.

2. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин. – Київ : Наукова думка, 2002. – 660 с.

3. Кіницький Я. Т., Харжевський В. О., Марченко М. В. Теорія механізмів і машин в системі Mathcad. – Хмельницький : РВЦ ХНУ, 2014. – 295 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНОЇ СИТУАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА

Баліна О. І.¹, Безклубенко І. С.², Буценко Ю. П.³, Гетун Г. В.⁴, Лесько В. І.⁵

^{1,2,4,5}Київський національний університет будівництва і архітектури
03680, Київ, Повітрофлотський пр.-т, 31

³м. Київ, НТУ України «Київський політехнічний інститут» ім. І. Сікорського

E-mail: ¹elena.i.balina@gmail.com, ²i.bezklubenko@gmail.com,

³armchairdoc@ukr.net, ⁴galinagetun@ukr.net, ⁵Vitaless1@i.ua

Методика моделювання природно-технічних систем, призначена для прогнозування виникнення надзвичайних ситуацій за допомогою систем екологічного моніторингу.

Важливим та актуальним є підхід для моделювання поведінки екосистем, який ґрунтується на стохастичному моделюванні. Стохастичне моделювання використовує не строгі співвідношення, а експертну й емпіричну оцінки та універсальний математичний апарат. Запропоноване в роботі стохастичне моделювання, що ґрунтується на теорії скінченних ланцюгів Маркова [1], успішно застосовують в різних галузях промисловості [2]. При цьому переходи системи з одного стану в інший означають переміщення точки, що зображає поточний стан системи з однієї множини фазового простору до іншої, причому відповідну систему множин A_j , $j = \overline{1..m}$ фазового простору будують на основі екологічних нормативів. Побудована на основі статистичної інформації матриця перехідних ймовірностей:

$$P_{ij} = P\left\{\xi_{k+1} \in A_j / \xi_k \in A_i\right\},$$

де ξ_k – вектор стану системи в момент часу t_k , ξ_{k+1} – той самий вектор в момент часу t_{k+1} .

Такий опис дозволяє розв'язувати, принаймні, три задачі:

1. Визначати ймовірності $P_{ij}^{(n)}$ переходу системи зі стану A_i до стану A_j за n кроків.