ПОСТАНОВКА І МАТЕМАТИЧНЕ ФОРМУЛЮВАННЯ РЕСУРСНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ

Шатрова І. А.[1], *Демидова О. О.*[2]
Київський національний університет будівництва і архітектури
03680, Київ, Повітрофлотський пр-т, 31,
E-mail: [1]*inna.shatrova@gmail.com,* [2]*demelenn@gmail.com*

Для виконання земляних робіт на n ділянках може бути використано n землерийних машин. Відомий прибуток P_{ij}, який може бути одержаний при виконанні робіт i-ю машиною на j-й ділянці. Необхідно визначити такий варіант закріплення i-х машин за j-ми ділянками робіт X_{ij}, який забезпечить одержання максимального прибутку за умовою, що кожна машина працює тільки на одній ділянці.

Математичне формулювання задачі полягає у відшуканні максимуму функції

$$F = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} P_{ij} X_{ij} \to \max, \tag{1}$$

за умови, що

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1; \tag{2}$$

$$x_{ij} = 0 \text{ або } 1. \tag{3}$$

Рівняння (1) – (3) є задачею лінійного програмування про призначення.

Якщо за умовою задачі необхідно максимізувати цільову функцію, тоді оціночну матрицю M_0 треба перебудувати за співвідношенням:

$$P_{ij}^{(0)} = P_{ij}^{(0)}\max - P_{ij}^{(0)}, \tag{4}$$

де $P_{ij}^{(0)}\max$ – найбільше із значень $P_{ij}^{(0)}$, яке стоїть в оціночній матриці.

Алгоритм розв’язання ресурсних задач із застосуванням моделі задачі лінійного програмування у випадку максимізації критерію оптимальності. Далі задача розв’язується за наведеним алгоритмом.

Приклад. На основі вихідних даних, які наведені у таблиці 1 необхідно знайти такий розподіл машин між ділянками земляних робіт, який забезпечить одержання максимального прибутку за умовою, що кожна машина виконує роботи тільки на одній ділянці.

Таблиця 1

Вихідні дані

Тип машин	Ділянка роботи				
	1	2	3	4	5
	Прибуток, грн				
1	26	**30**	52	48	61
2	29	32	**57**	49	63
3	26	20	48	56	**64**
4	31	25	45	**58**	62
5	**34**	26	44	59	60

Через те, що необхідно максимізувати цільову функцію, оціночну матрицю (див. табл. 1) перебудовуємо за співвідношенням (4) і одержуємо матрицю $\grave{I}\,{}'_{\hat{\imath}}$ (табл. 2) за співвідношенням (4).

Таблиця 2

Матриця $\grave{I}\,{}'_{\hat{\imath}}$

	1	2	3	4	5	$\min U_i^{(o)}$
1	38	34	12	16	3	3
2	35	32	7	15	1	1
3	38	44	16	8	8	0
4	33	39	19	6	2	2
5	30	36	20	5	4	4
$\min V_j^{(o)}$	30	32	7	5	0	

Крок 1. Переглядаємо рядки та стовбці матриці $\grave{I}\,{}'_{\hat{\imath}}$ (табл. 2) і визначаємо мінімальний елемент в кожному стовбці $V_j^{(o)}$ і в кожному рядку $U_i^{(o)}$.

Через те, що

$$\min \sum_{i=1}^{n} V_j^{(o)} = 30 + 32 + 7 + 5 + 0 = 74 >$$

$$> \min \sum_{i=1}^{n} U_j^{(o)} = 3 + 1 + 0 + 2 + 4 = 10,$$

отже, віднімаємо із елементів стовбців матриці величини min $V_j^{(o)}$ (30, 32, 7, 5, 0).

Одержуємо матрицю $\grave{I}\,'_1$ (табл. 3.9). В цій матриці з'явилися нульові елементи у кожному стовпцю.

Таблиця 3

Матриця $\grave{I}\,'_1$

	1	2	3	4	5	$\min U_i^{(o)}$
1	8	2	5	11	3	2
X 2	5	0	0	10	1	0 x
X 3	8	12	9	3	0	0 x
4	3	7	12	1	2	1
X 5	0	6	13	0	4	0 x

Крок 2. Визначаємо мінімальний набір ліній S'_2, який включає усі нульові елементи матриці $\grave{I}\,'_1$. Мінімальне число ліній, які проходять через усі нульові елементи матриці $\grave{I}\,'_1$ дорівнює 3.

Одержаний набір ліній S_1 позначений знаком «X».

Через те, що $n'_1 = 3 < n = 5$, тому оптимальне розв'язання не знайдено і пошук слід продовжити. Для цього віднімаємо із елементів рядків матриці $\grave{I}\,'_1$ величини $\min U_i^{(o)}$ в результаті чого одержуємо матрицю $\grave{I}\,'_2$.(табл. 4).

Таблиця 4

Матриця $\grave{I}\,'_2$

	1	2	3	4	5
X 1	6	**[0]**	3	9	1 X
X 2	5	0	**[0]**	10	1 X
X 3	8	12	9	3	**[0]** X
X 4	2	6	11	**[0]**	1 X
X 5	**[0]**	6	13	0	4 X

Мінімальне число ліній, які проходять через нульові елементи матриці $\grave{I}\,'_2$, дорівнює 5. Через те, що $n'_2 = 5 = n$, тому одержано оптимальний розв'язок, який визначається із набору незалежних нулів матриці $\grave{I}\,'_2$ (ці нулі виділені квадратними дужками).

У таблиці 1 оптимальний розв'язок задачі виділено підкреслюванням прибутку в клітинах, відповідних набору незалежних нулів матриці $\grave{I}\,'_2$. Тепер можна визначити максимальний прибуток, який можна одержати: $\sum \text{Đ}_{ij}^{(\hat{\imath})} x_{ij}$ = max = 34 + 30 + 57 + 58 + 64 = 243 грн.

Література

1. Лугінін О. Є. Економіко-математичне моделювання / О. Є. Лугінін, В. М. Фомішина. – Київ : Знання, 2011. – 342 с.
2. Івченко І. Ю. Математичне програмування / І. Ю. Івченко. – Київ : ЦУЛ, 2007. – 230 с.
3. Гриньова В. М. Організація виробництва : підручник / В. М. Гриньова, М. М. Салун. – Київ : Знання, 2009. – 580 с.
4. Організація будівництва: підручник / Ю. П. Шейко, Г. М. Тригер и др. ; за ред. С. А. Ушацького. – Київ : Кондор, 2005. – 519 с.
5. Тригер Г. М.. Оптимізація використання будівельних машин і транспорту у будівництві : метод. рек. для студентів спец. 7.092101 «Промислове і цивільне будівництво» / Г. М. Тригер, С. А. Ушацький. – Київ : КНУБА 2010. – 23 с.
6. Тригер Г. М. Розробка й оптимізація календарних планів зведення комплексу будівель і споруд : навч. посіб. / Г. М. Тригер. – Київ : ІСДО, 2013. – 72 с.
7. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування / Г. Г. Цегелик. – Лівів : Світ, 2015. – 216 с.