

ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем

Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій

ДИПЛОМНА РОБОТА

Другий (Магістерський)

Освітній рівень

Галузь знань 17 Електроніка та телекомунікації

Шифр і назва спеціальності

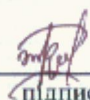
Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка

Шифр і назва спеціальності

на тему Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC

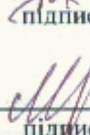
ДРТР.170170.02.20.ПЗ

Виконав: студент 2 курсу, група ТР_м-19-2


підпис

Р.В. Резничук
Ініціали, прізвище

Керівник: канд. техн. наук, доц.


підпис

В.В. Мішан
Ініціали, прізвище

До захисту допускаю:

Зав. кафедри: д-р техн. наук, доц.



С.К. Підченко
Ініціали, прізвище

11 грудня 2020 р.

Хмельницький, 2020

Хмельницький національний університет

Факультет програмування та комп'ютерних і телекомунікаційних систем

Кафедра телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій

Освітній рівень другий (магістерський)

Галузь знань 17 – Електроніка та телекомунікації

Спеціальність 172 – Телекомунікації та радіотехніка

Освітня-професійна програма Телекомунікації та радіотехніка

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедрою _____

« 2 » вересня 20 20 р.

ЗАВДАННЯ НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ

Резничук Руслан Вікторович

1 Тема роботи: Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC
керівник роботи Мішан Віктор Володимирович, к.т.н, доцент

Затверджено наказом по університету від «1» вересня 2020р. № 118.

2 Строк подання студентом роботи на кафедру: 01.12.2020р.

3 Вихідні дані (характеристика об'єкта, умов дослідження та ін.)

Мета роботи: дослідження систем зв'язку кодами LDPC в середовищі Matlab.

Об'єкт дослідження: процес передачі і приймання сигналів з кодами LDPC стандарту 5G у цифрових системах зв'язку.

Предмет дослідження: методи та засоби LDPC кодування і декодування у цифрових системах зв'язку.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити) Завадостійке кодування. Коди LDPC для мобільного зв'язку п'ятого покоління. Квазіциклічні коди LDPC. Дослідження системи зв'язку з кодами LDPC

Завдання отримав _____

Науковий керівник _____



РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра на тему: «Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC» виконана студентом другого курсу гр. ТРМ-19-2 Резничуком Русланом Вікторовичем на кафедрі «Телекомунікацій, медійних та інтелектуальних технологій» Хмельницького національного університету у 2020 р. Керівник роботи доц. каф. Мішан Віктор Володимирович.

Робота складається з вступу, 4 розділів, основних висновків по роботі, списку використаних джерел (19 бібліографічних посилань, 3 сторінок) та 2 додатків (18 сторінок). Загальний обсяг роботи в якому викладено основний зміст складає 83 сторінки і містить 25 рисунків на 25 сторінках і 2 таблиці, що займають 0,75 сторінки тексту. Повний обсяг роботи – 101 сторінок.

Дипломна робота присвячена дослідженню енергетичної ефективності каналного кодування даних кодами LDPC для систем зв'язку 5G. Коди LDPC дозволяють досягти пропускної здатності каналу зв'язку. Проведений аналіз структурної схеми і моделі каналу зв'язку з кодами LDPC. Досліджена залежність коефіцієнта бітової помилки коду LDPC від виду декодера. Проведене дослідження залежності кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції. Досліджена енергетична ефективність модуляції QPSK з різними версіями надмірності, різною довжиною транспортного блоку. Досліджені 5G-LDPC коди з різними швидкостями кодування.

Ключові слова: коди LDPC, перевірна матриця, експонентна матриця.

ABSTRACT

Master's thesis proposal: "Modeling of communication systems with LDPC codes" performed by a second-year student of group TRM-19-2 Reznichuk Ruslan Viktorovich at the Department of Telecommunications, Media and Intellectual Technologies of Khmelnytsky National University in 2020. Supervisor Assoc. kaf. Mishan Victor Vladimirovich.

The work consists of an introduction, 4 sections, main conclusions on the work, a list of used sources (19 bibliographic references, 3 pages) and 2 appendices (18 pages). The total volume of the work in which the main content is stated is 83 pages and contains 25 figures on 25 pages and 2 tables occupying 0.75 pages of text. The full volume of the work is 101 pages.

This thesis is devoted to the study of energy efficiency of channel data coding by LDPC codes for 5G communication systems. LDPC codes allow you to achieve communication channel bandwidth. The analysis of the structural scheme and model of the communication channel with LDPC codes is carried out. The dependence of the bit error rate of the LDPC code on the type of decoder is investigated. A study of the dependence of the number of bit errors on the signal-to-noise ratio for the LDPC code with different types of modulation. The energy efficiency of QPSK modulation with different versions of redundancy, different length of the transport block is investigated. 5G-LDPC codes with different encoding speeds were studied.

Keywords: LDPC codes, verification matrix, QC-LDPC code, permutation matrix

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1 Аналіз завадостійких кодів	10
1.1 Коди з низькою щільністю перевірок на парність.....	10
1.2 Граф Таннера.....	10
1.3 Ітеративне декодування. Алгоритм поширення довіри.....	13
1.4 Коди Боуза - Чоудхурі - Хоквінгема.....	18
1.5 Коди Ріда-Соломона.....	19
Висновки до першого розділу.....	25
2 Коди LDPC для мобільного зв'язку п'ятого покоління.....	26
2.1 Побудова кодів LDPC на основі протографа	26
2.2 Дизайн базового графа.....	29
2.3 Проколоті інформаційні змінні.....	32
2.4 Код перевірки парності з низькою щільністю.....	35
2.5 Коди QC-LDPC.....	39
2.6 Характеристика кодів QC-LDPC.....	41
2.7 Алгоритм кодування LDPC.....	45
Висновки до другого розділу.....	47
3 Моделювання квазіциклічних кодів LDPC.....	48
3.1 Матрична дисперсія	48
3.2 Побудова кодів QC-LDPC.....	50
3.3 Коди QC-LDPC з діагональною структурою.....	51
3.4 Цикли в графах Таннера.....	52
3.5 Кодування каналу даних 5G.....	54
3.6 Експонентні матриці кодів 5G LDPC.....	56
3.7 Побудова алгебраїчних кодів QC-LDPC з багатьма коефіцієнтами розширення.....	58
3.8 Побудова експонентної матриці для 5G LDPC-кодів.....	60
Висновки до третього розділу.....	62

4 Дослідження системи зв'язку з кодами LDPC.....	63
4.1 Канал зв'язку з кодами LDPC.....	63
4.2 Вирівнювання швидкості.....	65
4.3 Принципи роботи гібридної схеми з автоматичним запитом повторної передачі.....	67
4.4 Особливості реалізації корекції помилок у мережах 5G.....	69
4.5 Протограф.....	71
4.6 Коефіцієнт бітової помилки коду LDPC.....	75
4.7 Дослідження енергетичної ефективності LDPC кодів.....	80
Висновки до четвертого розділу.....	86
Висновки.....	87
Перелік джерел посилання.....	88
Додаток А. Презентація.....	91
Додаток Б. Апробація роботи.....	97

Актуальність теми

В мобільному зв'язку каналне кодування необхідне для захисту інформації від впливу помилок передачі, які можуть бути викликані шумом, завадами або слабким сигналом. Більш конкретно, каналний кодер використовується для кодування інформації у передавачі, що може бути розташований на базовій станції, телефоні або у іншому призначеному для користувача пристрої. Це дозволяє використовувати відповідний каналний декодер на боці прийача, щоб зменшити помилки передачі і відновити передану інформацію. Останнім часом було розроблено декілька високопродуктивних каналних кодів, які дозволяють передавати інформацію зі швидкістю, близькою до теоретичної межі, що встановлена пропускну здатність каналу. Зокрема, турбокоди використовувалися в 3-му і 4-му поколіннях стандартів мобільного зв'язку, в той час як були прийняті коди перевірки парності з низькою щільністю (LDPC) в WiFi і супутникових стандартах. Зовсім недавно з'явилися полярні коди [1], що пропонують особливо сильні виправлення помилок для коротких повідомлень. Однак полярні коди набагато менш розвинені, ніж турбо і коди LDPC, що не мають раніше стандартизованих додатків.

На момент написання проекту Партнерство 3-го покоління (3GPP) визначає так званий Новий Стандарт радіо (NR) [2], як кандидат для мобільного зв'язку 5-го покоління (5G). Тут полярні коди були обрані для забезпечення каналного кодування в каналі управління розширеного мобільного широкопasmового зв'язку (eMBB) додатки NR, а також у фізичному каналі мовлення (PBCH). Полярні коди також були обрані в якості кандидата для забезпечення каналного кодування для каналів даних і управління Наднадійного зв'язок з низькою затримкою і масивного зв'язку машинного типу додатків NR.

На додаток до встановлення суворих вимог для наднадійного виправлення помилок, 5G накладає вимоги для швидкого виправлення помилок з меншою затримкою, ніж в 3G або 4G. Повинен для цього в багатьох додатках 5G потрібне використання полярного кодування і декодування з використанням високої продуктивності апаратне прискорення, яке повинно споживати мінімальну кількість

Мета і задачі дослідження.

Метою роботи є дослідження систем зв'язку з кодами LDPC. Для досягнення цієї мети поставлені наступні завдання:

- провести огляд методів виявлення і виправлення помилок у сучасних цифрових системах зв'язку;
- дослідити канал зв'язку з кодами LDPC стандарту 5G і різними видами модуляції, оцінити енергетичну ефективність.

Об'єкт дослідження – процес передачі і приймання сигналів з кодами LDPC стандарту 5G у цифрових системах зв'язку.

Предмет дослідження – методи та засоби LDPC кодування і декодування у цифрових системах зв'язку.

Методи досліджень. Для вирішення поставлених наукових завдань використовується математичний апарат теорії цифрової обробки сигналів, теорії множин, статистичного оцінювання, теорії приймання та оброблення сигналів.

Наукова новизна одержаних результатів:

1. Вперше проведена оцінка енергетичної ефективності декодера 5G LDPC коду. Алгоритм Layered Belief Propagation з модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum.

2. Набув подальшого розвитку метод кодування і декодування 5G LDPC коду цифрових систем зв'язку.

3. Отримали подальший розвиток методи побудови QC-LDPC кодів.

Практичне значення одержаних результатів:

1. 5G LDPC коди обрані для передавання даних користувача транспортного каналу зв'язку і пошук шляхів для підвищення їх ефективності має практичне значення.

2. Найбільш ефективним є декодер коду QC-LDPC з алгоритмом Layered Belief Propagation.

Публікації. Результати дипломної роботи магістра опубліковані в одній¹⁰ статті у науковому журналі «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах».

Структура та обсяг магістерської атестаційної роботи. Дипломна робота магістра складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку джерел посилання та додатків. Дипломна робота магістра має загальний обсяг сторінок, з яких основний зміст викладений на сторінках друкованого тексту, містить рисунків та таблиць. Перелік джерел посилання складається з джерел.

1.1 Коди з низькою щільністю перевірок на парність

У 1962 Галлагер ввів клас лінійних кодів, відомий як коди з низькою щільністю перевірок на парність (LPDC), і представив два ітеративних імовірнісних алгоритми декодування. Пізніше Таннер узагальнив імовірнісний алгоритм Галлагера на випадок, коли перевірки визначаються підкодами, а не просто перевірочними рівняннями для перевірок на парність. Перед цим було показано, що LPDC коди мають мінімальну відстань, що зростає лінійно з довжиною коду, і всі помилки можуть бути виправлені при майже лінійній складності алгоритму декодування.

LDPC коди можуть бути також близькі до межі Шеннона, як і турбо коди. Нерегулярні LDPC коди можуть перевершувати турбо коди при приблизно однакових довжинах і швидкостях, коли довжина блоку досить велика. Двійковий LDPC код з швидкістю $1/2$ з довжиною блоку 10 млн досяг 0,0045дБ від межі Шеннона при передачі сигналів по каналу зв'язку.

Регулярний LDPC код є лінійним (N, K) кодом, перевірочна матриця якого H має вагу Хеммінга для стовпчика і рядка рівною J і K , відповідно, причому обидві величини багато менше довжини коду N . У результаті LDPC код має дуже сильно розріджену матрицю. Якщо вага Хеммінга стовпців і рядків H вибирається відповідно до деякого нерівномірного розподілу ймовірностей, то виходять нерегулярні LDPC коди.

1.2 Граф Таннера

Для будь-якого лінійного (N, K) коду існує дводольний граф, який відповідає матриці H . Цей граф називають графом Таннера. За допомогою введення вершин-станів графу Таннера були узагальнені. Вершини графу Таннера асоціюються зі змінними двох типів, кожній з яких приписуються значення LLR.

Граф Таннера лінійного (N, K) коду C має N кодових вершин, тобто вершин,¹² відповідних змінним x_ℓ - кодовим символам, і, щонайменше, $N-K$ перевірочних вершин, z_m , відповідних перевірочним рівнянням. Для регулярного графа степінь (тобто число вхідних і вихідних ребер) кожної кодової вершини дорівнює J , а степінь перевірочних вершин дорівнює K .

Щоб проілюструвати Граф Таннера на деякому кодї, розглянемо код Хеммінга $(7, 4, 3)$. Його перевірочна матриця має наступний вигляд

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Відповідний їй граф Таннера показаний на рис. 1.1.

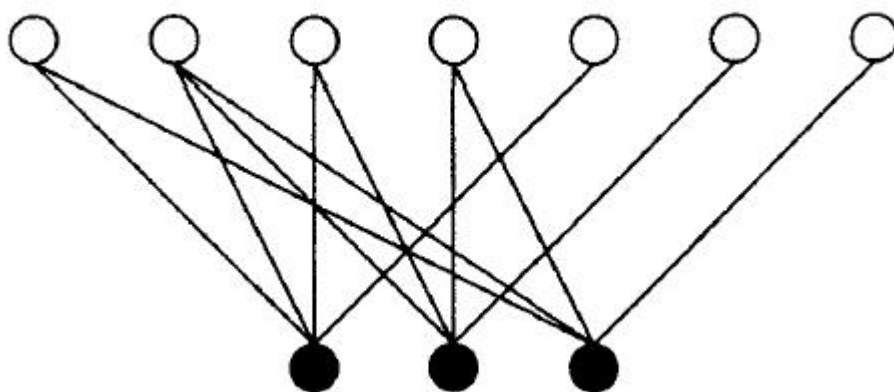


Рисунок 1.1 – Граф Таннера, що відповідає коду Хеммінга $(7, 4, 3)$.

З'єднання кодових вершин графа з перевірочними вузлами визначається рядками перевірочної матриці.

Перший рядок дає перевірочне рівняння $v_1 + v_2 + v_3 + v_5 = 0$. Як зазначалося вище, змінні x_ℓ і z_m приписані кожному кодовому символу і кожному перевірочному рівнянню, відповідно. Отже, маємо такі перевірочні рівняння

$$z_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_5,$$

$$z_2 = x_2 + x_3 + x_4 + x_6$$

$$z_3 = x_1 + x_2 + x_4 + x_7.$$

Відповідно до першого рівняння кодові вершини x_1 , x_2 , x_3 і x_5 з'єднані з перевіркою вершиною z_1 . Аналогічно, стовпці перевіркової матриці вказують, в яких перевірочних рівняннях бере участь даний кодовий символ. Так, лівий стовпець H , $(1\ 0\ 1)^T$ вказує, що символ (вершина) x_1 пов'язаний з перевірочними вершинами z_1 і z_3 .

Графи Таннера можуть бути використані для оцінки кодових слів LDPC коду C за допомогою ітеративного імовірнісного алгоритму декодування з жорстким або м'яким рішеннями. Нижче представлені обидва ітеративних алгоритми, запропоновані Галлагером.

Ітеративне декодування з жорстким рішенням: алгоритм з перевертанням біта. Галлагер привів наступний алгоритм.

Декодер обчислює всі перевірки і потім змінює біт на довільній позиції, що містяться в більшому деякого заданого порогу числі незадоволених перевірочних рівнянь. Перевірки переобчислюють для нових значень символів і процес триває, поки не задовольняться всі перевірки.

Входом цього алгоритму є вектор $r_h = (\text{sign}(r_1), \text{sign}(r_2), \dots, \text{sign}(r_N))$, де

$$r_i = (-1)^v + w_i,$$

w_i - випадкова Гауссова величина з нульовим середнім і дисперсією $N_0/2$. Далі, $\text{sign}(x) = 1$, якщо $x < 0$, і $\text{sign}(x) = 0$ в іншому випадку.

Позначимо T поріг, при перевищенні якого символ інвертується. Таким чином, якщо число незадоволених перевірок серед тих, в які входить символ v_i перевищить цей поріг, то $v_i = v_i \oplus 1$.

Алгоритм Галлагера використовує тільки прості елементи: складання по модулю 2 і порівняння, замість арифметичного процесора для кінцевого поля $GF(2^m)$ в алгоритмі Берлекемпа-Месі (БМ). Отже, можна припустити, що для деяких високошвидкісних кодів, таких як, наприклад, БЧХ коди з виправленням однієї або двох помилок, алгоритм Галлагера з перевертанням біта може конкурувати з алгоритмом БМ.

Додаткова властивість алгоритму ВФ, як і ітеративної ймовірнісної процедури декодування, полягає в тому, що складність декодування залежить тільки від степені вершин графа Таннера. Іншими словами, для фіксованих параметрів J і K складність декодування зростає лінійно з довжиною коду.

1.3 Ітеративне декодування. Алгоритм поширення довіри

У цьому розділі представлений алгоритм декодування з ітеративним поширенням довіри (ІВР, iterative belief-propagation). Цей алгоритм відомий також як алгоритм Перла і як алгоритм сума-добутків. Уїберг показав, що двопрхідні алгоритми, такі як турбо декодування і алгоритм Галлагера, є окремими випадками алгоритму з підсумовуванням добутків. Більше того, ітеративні алгоритми декодування турбо кодів і кодів добутків є окремими випадками ІВР декодування.

Введемо наступні позначення. Нехай h_{ij} елемент i -ого рядка і j -го стовпця матриці H . Позначимо

$$\xi(m) = \{\ell : h_{m,\ell} = 1\} \quad (1.1)$$

множину кодових позицій, які беруть участь у m -му перевірочному рівнянні, і

$$\mu(\ell) = \{m : h_{m,\ell} = 1\} \quad (1.2)$$

множину перевірочних позицій, в яких бере участь кодова позиція ℓ .

15

Алгоритм ітеративно обчислює два типи умовних ймовірностей:

- $q_{m\ell}^x$ - ймовірність того, що ℓ -ий біт вектора v має значення x за інформацією, отриманою від перевірочних вершин крім вершини m ;

- $r_{m\ell}^x$ - ймовірність того, що рівняння, відповідне перевірочній вершині m , задовольняється, якщо значення ℓ -го біта дорівнює x , а інші біти незалежні з ймовірностями $q_{m\ell}$, $\ell \in \xi(m) \setminus \ell$.

Алгоритм декодування, який відповідає ІВР, обчислює точні апостеріорні ймовірності після деякої кількості ітерацій, якщо граф Таннера для даного коду не містить циклів. Нижче передбачається передача двійкових сигналів по каналу з АБГШ. Як і раніше, модульовані символи $m(v_i)$ передаються по Гаусовому каналу і приймаються у вигляді $r_i = m(v_i) + w_i$.

Початкові установки. Для $\ell \in \{1, 2, \dots, N\}$ встановити апіорні ймовірності кодових вершин (графа Таннера) рівними

$$p_\ell^1 = \frac{1}{1 + \exp\left(r_\ell \frac{4}{N_0}\right)} \quad (1.3)$$

$p_\ell^0 = 1 - p_\ell^1$. Для кожної пари (ℓ, m) такої, що $h_{m\ell} = 1$,

$$q_{m,\ell}^0 = p_\ell^0, \quad q_{m,\ell}^1 = p_\ell^1.$$

Обробка повідомлення.

Крок 1. Знизу ввєрх (по горизонталі). Для кожної пари ℓ, m обчислити

$$\delta r_{m,\ell} = \prod_{\ell' \in \xi(m) \setminus \ell} (q_{m,\ell'}^0 - q_{m,\ell'}^1) \quad (1.4)$$

$$r_{m,\ell}^0 = (1 + \delta r_{m,\ell}) / 2, \quad r_{m,\ell}^1 = (1 - \delta r_{m,\ell}) / 2 \quad (1.5)$$

Крок 2. Зверху вниз (по вертикалі). Для кожної пари ℓ, m обчислити

$$q_{m,\ell}^0 = p_\ell^0 \prod_{m' \in \mu(\ell) \setminus m} r_{m',\ell}^0, \quad q_{m,\ell}^1 = p_\ell^1 \prod_{m' \in \mu(\ell) \setminus m} r_{m',\ell}^1 \quad (1.6)$$

і нормувати з множником $\alpha = 1 / (q_{m,\ell}^0 + q_{m,\ell}^1)$,

$$q_{m,\ell}^0 = \alpha r_{m,\ell}^0, \quad q_{m,\ell}^1 = \alpha r_{m,\ell}^1 \quad (1.7)$$

Для кожного ℓ обчислити апостеріорні ймовірності

$$q_\ell^0 = p_\ell^0 \prod_{m \in \mu(\ell)} r_{m,\ell}^0, \quad q_\ell^1 = p_\ell^1 \prod_{m \in \mu(\ell)} r_{m,\ell}^1 \quad (1.8)$$

І нормувати їх з множником

$$\alpha = 1 / (q_\ell^0 + q_\ell^1) \quad (1.9)$$

$$q_\ell^0 = \alpha q_\ell^0, \quad q_\ell^1 = \alpha q_\ell^1$$

Декодування і формування м'яких рішень. Для $i = 1, 2, \dots, N$ обчислити:

$$v_i = \text{sign}(q_i^0) \quad (1.10)$$

Якщо $\hat{v}H = 0$, то оцінкою кодового слова і м'якими виходами є

$$\Lambda(v_i) = \log(q_i^1) - \log(q_i^0), \quad 1 \leq i \leq N \quad (1.11)$$

і процес завершується. Інакше, процедура повертається до кроку 2. Якщо число ітерацій перевищує встановлений поріг, то фіксується відмова від декодування (помилка). На вихід видаються прийняті значення символів.

ІВР алгоритм декодування можна модифікувати так, щоб використовувати логарифм відношень правдоподібності замість ймовірностей. Це дозволяє прибрати масштабування на Кроці 2 процедури обробки повідомлення. У цьому випадку, на Кроці 1 обробки повідомлення потрібно обчислення функції:

$$F(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = \frac{1}{\operatorname{tgh}(x/2)} \quad (1.12)$$

або її обернена функція.

Зауважимо, що функція $F(x)$ може бути реалізована у вигляді таблиці. Чисельні результати показують, що квантування $F(x)$ на 8 рівнів практично не призводить до втрат у порівнянні з обчисленнями з плаваючою комою.

Примітно те, що LDPC коди здатні виявляти помилки декодування, тоді як турбо коди і коди-добутки, засновані на згорткових кодах, не здатні виявити велику кількість помилок. LDPC коди мають досить низьку складність реалізації в порівнянні з ітеративним декодуванням, що використовують MAP декодування для компонентних кодів.

Проте, необхідно відзначити, що ІВР декодування досягає максимуму правдоподібності тільки тоді, коли граф Таннера не містить циклів. Оскільки для більшості використовуваних на практиці кодів граф Таннера містить короткі цикли (довжини 4 і 6), то збіжність ІВР алгоритму декодування або не гарантується, або повільна. Таким чином, ІВР алгоритм декодування для LDPC кодів може мати набагато більше ітерацій, ніж ітеративний алгоритм для добутків кодів з MAP декодуванням компонентних кодів.

Для реалізації ІВР декодування застосовуються такі дві архітектури. Швидка паралельна архітектура, яка може бути реалізована на N процесорах типу X для

кодів вершин графа і M процесорах типу Z для перевірючих вершин, з'єднання¹⁸ між якими встановлюються багатоадресним обчислювальним блоком (ACU). Інша архітектура використовує тільки один X -процесор і один Z -процесор в режимі поділу часу між вершинами графа, метрики яких зберігаються в двох блоках пам'яті.

Число обчислювальних операцій для алгоритму ІВР декодування може бути зменшено за рахунок попередніх жорстких рішень, що формуються шляхом амплітуд логарифмів відношень правдоподібності (надійність) для символів, отриманих з каналу. Множина позицій з дуже високою надійністю може бути виявлено за допомогою порівняння LLR значень на виході каналу з деяким порогом T . Якщо надійність символу з каналу перевищує T , то відповідна йому кодова вершина фіксується як жорстке рішення. В результаті, відповідний T -процесор не використовується в процедурі декодування. Замість обчислень завжди видається або максимальна ймовірність (LLR), або піднімається прапор, який вказує на високу надійність цієї позиції. Внаслідок цього, Z -процесор, якому пересилається жорстке рішення, виконує менший обсяг обчислень, оскільки через високу надійність даного входу він не бере участі в обчисленні ймовірності або LLR.

1.4 Коди Боуза - Чоудхурі - Хоквінгема

Коди Боуза - Чоудхурі - Хоквінгема (БЧХ-коди) відрізняються можливістю побудови коду з заздалегідь визначеними коректуючими властивостями, а саме, мінімальною кодовою відстанню. Окремим випадком БЧХ-кодів є код Ріда - Соломона.

Нехай α - примітивний елемент поля $GF(q^m)$ (тобто $\alpha^{q^m-1} = 1$, $\alpha^i \neq 1$, $i < q^m - 1$), $\beta = \alpha^s$ - елемент поля $GF(q^m)$ порядку n . $s = (q^m - 1) / n$. Тоді нормований поліном $g(x)$ мінімальної степені над полем $GF(q)$, коренями якого є $d-1$ членів послідовності, що надходять один за одним $\beta^{l_0}, \beta^{l_0+1}, \dots, \beta^{l_0+d-2}$ елементів β для деякого цілого l_0 (у тому числі 1 і 0), що є породжуючим поліномом БЧХ-коду над полем $GF(q)$ довжиною n і мінімальною відстанню $d_0 \geq d$.

Пояснимо, чому у отриманого коду будуть саме такі характеристики¹⁹ (довжина коду n , мінімальна відстань d_0). Довжина БЧХ-коду дорівнює порядку елемента β , якщо $d > 2$, і дорівнює порядку елемента β^{l_0} , якщо $d = 2$. Оскільки випадок $d = 2$ нам не цікавий (такий код не може виправляти помилки, тільки виявляти), то довжина коду буде дорівнювати порядку елемента β , тобто дорівнювати n . Мінімальна відстань d_0 може бути більше d , коли коренями мінімальних функцій від елементів β^{l_0} , β^{l_0+1} , ..., β^{l_0+d-2} будуть елементи, що розширюють послідовність, тобто елементи β^{l_0+d-1} , β^{l_0+d} , ..., β^{l_0+d-2} .

Число перевірочних символів r дорівнює степені $g(x)$, число інформаційних символів $k = n-r$, величина d називається конструктивною відстанню БЧХ- коду. Якщо $n = q^m - 1$, то код називається примітивним, інакше – не примітивним. Так само, як і для циклічного коду, кодовий поліном $c(x)$ може бути отриманий з інформаційного полінома $m(x)$ степені не більше $k-1$, шляхом множення $m(x)$ і $g(x)$:

$$c(x) = m(x)g(x).$$

Для знаходження породжуючого полінома необхідно виконати етапи:

- вибрати q , тобто поле $GF(q)$, над яким буде побудований код;
- вибрати довжину n коду: $n = (q^m - 1) / s$, де m, s - цілі позитивні числа;
- задати величину d конструктивної відстані;
- побудувати множину елементів $\beta = \alpha^s$ поля $GF(q^m)$ над полем $GF(q)$, α - примітивний елемент $GF(q^m)$;
- оскільки кожній множині елементів відповідає поліном над $GF(q)$, коренями якого є елементи цього класу зі степенями, рівними кількості елементів в класі, то вибрати β^{l_0} , β^{l_0+1} , ..., β^{l_0+d-2} таким чином, щоб сумарна довжина множин елементів була мінімальна; Необхідно при заданих характеристиках коду n і d мінімізувати кількість перевірочних символів k ;

- обчислити породжуючий поліном $g(x) = f_1(x)f_2(x)\dots f_h(x)$, де $f_i(x)$ -20 поліном, що відповідає множині елементів I , або обчислити $g(x)$ як найменше спільне кратне мінімальних функцій від елементів $\beta^{l_0}, \beta^{l_0+1}, \dots, \beta^{l_0+d-2}$.

1.5 Коди Ріда-Соломона

Коди БЧХ є циклічними кодами, тому до них застосовують всі методи, що використовуються для декодування циклічних кодів. Однак існують набагато кращі алгоритми, розроблені саме для БЧХ-кодів.

Головною ідеєю в декодуванні БЧХ-кодів є використання елементів кінцевого поля для нумерації позицій кодового слова (або, еквівалентно, в порядку коефіцієнтів асоційованого многочлена). Нижче наведена така нумерація для вектора $r = (r_0, r_1, \dots, r_{n-1})$, що відповідає многочлену $r(x)$.

Нехай прийняте слово асоційовано з поліномом $r(x) = v(x) + e(x)$, де багаточлен помилок має вигляд: $e(x) = e_{J_1}x^{J_1} + e_{J_2}x^{J_2} + \dots + e_{J_v}x^{J_v}$, де $v \leq t_d$ - кількість помилок в прийнятому слові. Множини $\{e_{J_1}, e_{J_2}, \dots, e_{J_v}\}$ і $\{\alpha^{J_1}, \alpha^{J_2}, \dots, \alpha^{J_v}\}$ називають значеннями помилок і локаторами помилок, відповідно, де $e_j \in GF(q)$, $\alpha \in GF(q^m)$.

Синдроми визначені як значення прийнятого полінома $r(x)$ у нулях породжуючого багаточлена кода:

$$\begin{aligned} S_1 &= r(\alpha^b) = e_{J_1}\alpha^{bJ_1} + e_{J_2}\alpha^{bJ_2} + \dots + e_{J_v}\alpha^{bJ_v}, \\ S_2 &= r(\alpha^{b+1}) = e_{J_1}\alpha^{(b+1)J_1} + e_{J_2}\alpha^{(b+1)J_2} + \dots + e_{J_v}\alpha^{(b+1)J_v}, \\ &\dots \\ S_{2td} &= r(\alpha^{b+2td-1}) = e_{J_1}\alpha^{(b+2td-1)J_1} + e_{J_2}\alpha^{(b+2td-1)J_2} + \dots + e_{J_v}\alpha^{(b+2td-1)J_v}, \end{aligned}$$

де $2td = d - 1$.

Для знаходження множини локаторів помилок введемо багаточлен локаторів²¹ помилок

$$\sigma(x) = \prod_{l=1}^v (1 + \alpha^{J_l} x) = 1 + \sigma_1 x + \sigma_2 x^2 + \dots + \sigma_v x^v,$$

корені якого дорівнюють зворотним величинам локаторів помилок. Тоді справедливо наступне співвідношення між коефіцієнтами багаточлена локаторів помилок і синдромами:

$$\begin{aligned} \sigma_1 S_t + \sigma_2 S_{t-1} + \dots + \sigma_t S_1 &= -S_{t+1}, \\ \sigma_1 S_{t+1} + \sigma_2 S_t + \dots + \sigma_t S_2 &= -S_{t+2}, \\ &\dots \\ \sigma_1 S_{2t-1} + \sigma_2 S_{2t-2} + \dots + \sigma_t S_t &= -S_{2t}. \end{aligned}$$

Відомі такі методи для розв'язку цієї системи рівнянь щодо коефіцієнтів багаточлена локаторів помилок σ_i , $i = 1, 2, \dots, v$ (ключова система рівнянь). Розглянемо алгоритм Берлекемпа - Мессі (ВМА). За кількістю операцій в кінцевому полі цей алгоритм має високу ефективність. ВМА зазвичай використовується для програмної реалізації або моделювання кодів БЧХ та кодів Ріда - Соломона.

Розглянемо алгоритм Евкліда (ЕА). Через високу регулярність структури цього алгоритму його широко використовують для апаратної реалізації декодерів БЧХ та кодів Ріда - Соломона.

Пряме рішення (алгоритм Пітерсона - Горенштейна - Цірлера, ПГЦ). Історично це перший метод декодування, знайдений Пітерсоном для двійкового коду ($q = 2$), потім Горенштейном і Цірлером для загального випадку. Цей алгоритм знаходить коефіцієнти многочлена локаторів помилок прямим рішенням відповідної системи лінійних рівнянь. Насправді, оскільки складність цього алгоритму зростає як куб мінімальної відстані d , прямий алгоритм може бути використаний тільки для малих

значень d , однак саме цей алгоритм найкраще прояснює алгебраїчну ідею процесу декодування.

Розглянемо алгоритм Берлекемпа – Мессі. Цей алгоритм найкраще розглядати як ітеративний процес побудови мінімального регістра (зсуву) з зворотним зв'язком, що генерує відому послідовність синдромів S_1, S_2, \dots, S_{2td} . Його фактична мета - побудувати поліном $\sigma^{i+1}(x)$ найменшої степені, що задовольняє рівнянню:

$$\sum_{j=0}^{l_i+1} S_{k-j} \sigma_j^{i+1} = 0, \quad l_i < k < i + 1.$$

Рішення цього рівняння еквівалентно умові:

$$\sigma^{i+1}(x) = 1 + \sigma_1^{i+1} x + \dots + \sigma_{l_i+1}^{i+1} x^{l_i+1}$$

Ітеративний процес побудови такого багаточлена і є алгоритмом Берлекемпа - Мессі.

Розглянемо алгоритм Евкліда. В основі цього методу лежить широко відомий алгоритм Евкліда по знаходженню найбільшого спільного дільника двох чисел (НСД), тільки в даному випадку шукаємо НСД не двох чисел, а двох поліномів. Позначимо поліном значень помилок як $\Lambda = \sigma(x)S(x)$, де синдромний поліном дорівнює $S(x) = 1 + S_1x + \dots + S_{2td}x^{2td}$. Із системи рівнянь випливає, що $\Lambda(x) = \sigma(x)S(x) \bmod x^{2td+1}$. Завдання по суті зводиться до того щоб визначити $\Lambda(x)$, що задовольняє останньому рівнянню і при цьому степея не вище t_d . По суті таке рішення і буде давати розширений алгоритм Евкліда, застосований до багаточленів $r_0(x) = x^4$ і $r_1(x) = S(x)$, де $d = 2t_d + 1$. Якщо на j -му кроці розширений алгоритм Евкліда видає рішення $r_j = a_j(x)x^{2td+1} + b_j(x)S(x)$, таке що $\deg|r_j(x)| \leq t_d$, то $\Lambda(x) = r_j(x)$, і $\sigma_i(x) = b_j(x)$. ри цьому знайдений поліном $a_j(x)$ далі не приймає

участі в декодуванні (він шукається тільки як допоміжний). Таким чином буде знайдено поліном локаторів помилок $\sigma(x)$.

Пряме рішення (алгоритм Пітерсона - Горенштейна - Цірлера, ПГЦ). Нехай БЧХ-код над полем $GF(q)$ n і з конструктивною відстанню d задається породжуючим поліномом $g(x)$, який має серед своїх коренів елементи $\beta^{l_0}, \beta^{l_0+1}, \dots, \beta^{l_0+d-2}$, $\beta \in GF(q^m)$, $\beta^n = 1$, l_0 - ціле число (наприклад, 0 або 1). Тоді кожне кодове слово має ту властивість, що $c(\beta^{l_0-1+j}) = 0$, $j = 1, 2, \dots, d-1$. Прийняте слово $r(x)$ можна записати як $r(x) = c(x) + e(x)$, де $e(x)$ - поліном помилок. Нехай відбулося $u \leq t = (d-1)/2$ помилок на позиціях i_1, i_2, \dots, i_u (t - максимальне число виправлених помилок), отже $e(x) = e_{i_1}x^{i_1} + e_{i_2}x^{i_2} + \dots + e_{i_u}x^{i_u}$, $e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_u}$ - величини помилок.

Можна скласти j -й синдром S_j прийнятого слова $r(x)$:

$$S_j = r(\beta^{l_0-1+j}) = e(\beta^{l_0-1+j}), \quad j = 1, \dots, d-1$$

Завдання полягає в знаходженні числа помилок u , їх позицій i_1, i_2, \dots, i_u і їх значень $e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_u}$ при відомих синдромах S_j .

Припустимо для початку, що u в точності дорівнює t . Запишемо синдроми у вигляді системи нелінійних рівнянь в явному вигляді:

$$\begin{cases} S_1 = e_{i_1}\beta^{l_0i_1} + e_{i_2}\beta^{l_0i_2} + \dots + e_{i_t}\beta^{l_0i_t}, \\ S_2 = e_{i_1}\beta^{(l_0+1)i_1} + e_{i_2}\beta^{(l_0+1)i_2} + \dots + e_{i_t}\beta^{(l_0+1)i_t}, \\ \dots \\ S_{d-1} = e_{i_1}\beta^{(l_0+d-2)i_1} + e_{i_2}\beta^{(l_0+d-2)i_2} + \dots + e_{i_t}\beta^{(l_0+d-2)i_t}. \end{cases}$$

Позначимо $X_k = \beta^{i_k}$ локатор k -ої помилки, $Y_k = e_{i_k}$ - величину помилки, $k = 1, \dots, t$. Всі X_k різні, оскільки порядок елемента β дорівнює n , тому при відомому X_k можна визначити $i_k = \log_{\beta} X_k$.

$$\begin{cases} S_1 = Y_1 X_1^{l_0} + Y_2 X_2^{l_0} + \dots + Y_t X_t^{l_0}, \\ S_2 = Y_1 X_1^{l_0+1} + Y_2 X_2^{l_0+1} + \dots + Y_t X_t^{l_0+1}, \\ \dots \\ S_{d-1} = Y_1 X_1^{l_0+d-2} + Y_2 X_2^{l_0+d-2} + \dots + Y_t X_t^{l_0+d-2}. \end{cases}$$

Складемо поліном локаторів помилок:

$$\Lambda(x) = (1 - xX_1)(1 - xX_2) \dots (1 - xX_t).$$

Якщо число помилок дорівнює t , то ця система розв'язана, і можна знайти значення коефіцієнтів $\Lambda_1, \dots, \Lambda_t$. Якщо число $u < t$, то визначник матриці $S^{(t)}$ буде дорівнювати 0.

Після того як ключова система рівнянь вирішена, отримаємо коефіцієнти полінома локаторів помилок. Його корені (елементи, обернені локаторам помилок) можна знайти простим перебором по всіх елементах поля $GF(q^m)$. До них знайти елементи, обернені по множенню, - це локатори помилок X_k , $k = 1, \dots, u$. Цей процес легко реалізувати апаратно.

За локаторам можна знайти позиції помилок $i_k = \log_{\beta} X_k$, а значення Y_k помилок з системи для синдромів, прийнявши $t = u$. Декодування завершено.

Висновки до першого розділу

1. LDPC – код, який використовується при передачі інформації через канал зв'язку, окремий випадок лінійного коду з перевіркою парності. Особливістю є мала щільність значущих елементів перевіркової матриці, за рахунок чого досягається відносна простота реалізація засобів кодування.

2. Коди Боуза - Чоудхурі - Хоквінгема - це клас циклічних кодів, що²⁵ характеризуються можливістю побудови коду з заздалегідь визначеними коректуючими властивостями, а саме, мінімальною кодовою відстанню. Окремим випадком БЧХ-кодів є код Ріда - Соломона.

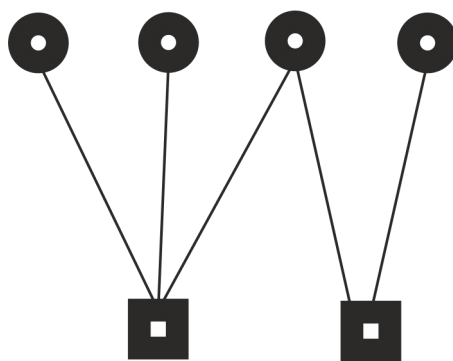
3. Код Ріда - Соломона над $GF(q^m)$, що виправляє t помилок, вимагає $2t$ перевірочних символів, і з його допомогою виправляються довільні пакети помилок довжиною t і менше. Згідно з теоремою про границю Рейгера, коди Ріда - Соломона є оптимальними з точки зору співвідношення довжини пакета і можливості виправлення помилок - використовуючи $2t$ додаткових перевірочних символів, виправляється t помилок і менше.

2 КОДИ LDPC ДЛЯ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ П'ЯТОГО ПОКОЛІННЯ

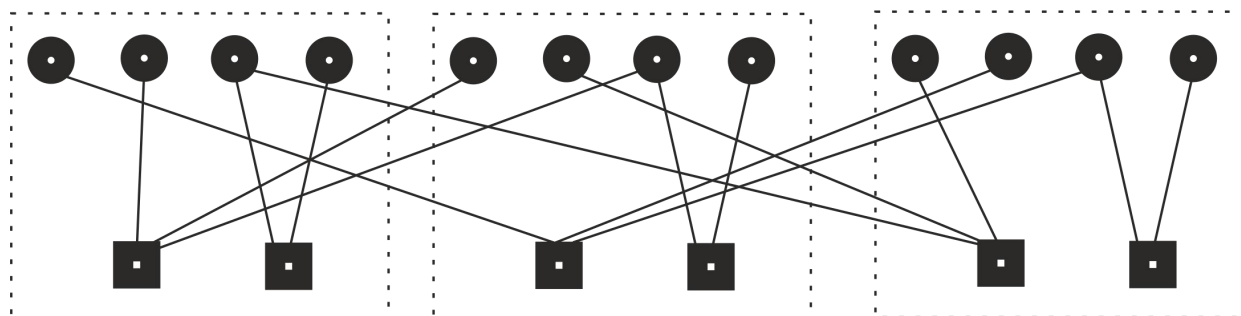
2.1 Побудова кодів LDPC на основі протографа

Коди 5G LDPC належать до сімейства кодів QC-LDPC [1], і коди QC-LDPC можна пояснити за допомогою концепції кодів протографів. На рис. 2.1 описана процедура побудови довгого коду протографа з використанням невеликого протографа. Графічне представлення кодів протографа можна отримати, прикріпивши декілька копій протографа і потім переставивши ребра між ними. Щоб виконати перестановку ребер, однакові змінні і перевірочні вузли спочатку ідентифікуються з кожної копії протографа, а перестановка ребер відбувається тільки серед цих однакових вузлів. Процес прикріплення декількох копій протографа і перестановки ребер називається підйомом, а кількість прикріплених копій протографа називається розміром підйому, який зазвичай представлений змінною Z . Для кодів LDPC локальне з'єднання між змінними і перевірочними вузлами важливо для забезпечення гарної продуктивності, і ця процедура перестановки дозволяє створювати довгі коди шляхом з'єднання декількох копій невеликого протографа,

зберігаючи при цьому характеристики його локального з'єднання, наприклад, якщо перевірючий вузол (або змінний вузол) в протографі зв'язаний з ребрами з групою кольорів, тоді відповідний контрольний вузол (або змінний вузол) все ще буде з'єднаний з ребрами з тією ж групою кольорів після побудови довгого коду протографа. Створення гарного шаблону перестановки з хорошими властивостями циклу також важливо для продуктивності кодів протографу. Було багаторазове спостереження, що показує, що коди протографів досягають хороші показники кінцевої довжини в різних середовищах [2]. На додаток до простоти побудови хороших кодів з більшою довжиною, коди протографа забезпечують природний паралелізм в кодуванні, а також в декодуванні [1], що корисно при багаторівневому декодуванні [2]. У багаторівневому декодуванні кожен перевірючий вузол або змінний вузол обробляється послідовно під час кожної ітерації декодування, на відміну від графіка заповнення, в якому повідомлення на всіх перевірючих вузлах оновлюються одночасно (паралельно) протягом однієї половини ітерації декодування і навпаки для всіх змінних вузлів під час іншої половини ітерації. Багаторівневе декодування зазвичай прискорює час збіжності з точки зору кількості ітерацій декодування, але зазвичай вони не розпаралелюються, на відміну від графіка наповнення. Однак за допомогою кодів протографа подібні вузли з кожної копії протографа можуть природно оброблятися одночасно, не впливаючи на продуктивність багаторівневого декодування. Такий паралелізм, особливо при декодуванні, має вирішальне значення для підтримки високої пропускну здатності.



a)



б)

Рисунок 2.1 – Побудова коду на основі протографа з використанням коефіцієнта розширення (а – протограф; б – Граф Таннера, побудований за методом розширення базового протографа)

У специфікації 5G протограф офіційно називається базовим графом, і є два типи базових графів, використання яких визначається швидкістю коду або розміром інформаційних бітів. Матриця перевірки на парність кодів протографа може бути побудована з базового графа шляхом заміни кожного запису з нульовим значенням на матрицю з нульовим значенням $Z \times Z$ і кожного запису з ненульовим значенням на $Z \times Z$ матрицю перестановок. Коди QC-LDPC можна розглядати як коди протографа, перестановка яких допускається як циклічний зсув. Матриця перестановок кодів QC-LDPC є круговою одиничною матрицею зсуву. Одним з основних переваг наявності матриці з круговим зсувом в якості матриці перестановок є те, що кожна перестановка представлена одним числом. Це значно знижує вимоги до пам'яті для реалізації, а також полегшує використання простої мережі комутації для кодування і декодування [3].

У специфікації 5G визначено 51 розмір підйому, є вісім різних конструкцій матриці перестановок на базовий граф, як описано в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Співвідношення між наборами значень зсуву і розмірами підйому (коефіцієнта розширення) для кодів LDPC 5G

Значення зсуву	Коефіцієнт розширення
0	2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256

1	3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384
2	5, 10, 20, 40, 80, 160, 320
3	7, 14, 28, 56, 112, 224
4	9, 18, 36, 72, 144, 288
5	11, 22, 44, 88, 176, 352
6	13, 26, 52, 104, 208
7	15, 30, 60, 120, 240

Фактори, що враховуються для визначення розмірів підйому - це ступінь можливого паралелізму і складність комутаційної мережі. Зверніть увагу, що підтримка змінної довжини коду може бути ефективно здійснена простим вибором відповідного розміру підйому на основі довжини інформаційного біта, яка повинна бути закодована [3]. Розмір підйому вибирається таким чином, щоб він був близький до числа інформаційних бітів поділений на кількість стовпців базового графа, відповідних інформаційних бітів, дорівнює 22 для базового графа 1 і 10 для базового графа 2. Набір матриць перестановок, який визначає матрицю перестановок для кожного ненульового запису базового графа, вибирається відповідно до таблиці 1 для кожного розміру підйому. Матриці перестановки, тобто значення кругового зсуву, в специфікації 5G описані для максимального розміру підйому, відповідного кожному набору матриць перестановки. Через цю особливість різні розміри підйому, що мають однаковий набір матриць перестановок, можна розглядати як одне сімейство кодів LDPC.

2.2 Дизайн базового графа

На додаток до дизайну значень зсуву, дизайн базового графа, який управляє хорошим локальним з'єднанням між змінними і перевіряючими вузлами, важливий для забезпечення гарної продуктивності кодів LDPC. Перш ніж описувати деталі побудови базового графа LDPC 5G, давайте обговоримо досягну пропускну

здатність кодів LDPC. Доведено, що коди LDPC забезпечують пропускну здатність²⁹ каналів MBIOS, і така досяжність пропускну здатності в середньому по ансамблю кодів. Ансамбль зазвичай визначається степенем розподілу змінної ($\lambda(x)$) і контрольних ($\rho(x)$) вузлів.

$$\lambda(x) = \sum_i \lambda_i x^{i-1} \quad (2.1)$$

$$\rho(x) = \sum_i \rho_i x^{i-1} \quad (2.2)$$

де $\lambda_i(\rho_i)$ дає частку ребер, пов'язаних зі змінними (контрольними) вузлами зі ступенем i . Іншими словами, $\lambda_i(\rho_i)$ - це ймовірність того, що ребро, вибране випадковим чином з графа, пов'язане зі змінним (контрольним) вузлом степеня i . Ансамбль кодів LDPC, який визначається вищевказаними $\lambda(x)$ і $\rho(x)$, називається стандартним ансамблем. Він називається регулярним, якщо $\lambda(x)$ і $\rho(x)$ складаються з одного члена, а в іншому випадку називається нерегулярним. Стандартний ансамбль не може досягти пропускну здатності каналів MBIOS, якщо щільність матриці перевірки на парність зростає до нескінченності щодо довжини коду. Слід зазначити, що такий негативний результат не обов'язково зберігається, коли застосовується модифікація стандартного ансамблю, наприклад, введення вузлів з проколотими змінними, введення багатьох типів ребер, таких як накопичувальна частина в кодах нерегулярного повторного накопичення (IRA), і кілька кодів LDPC показані для досягнення пропускну здатності каналів MBIOS з кінцевою щільністю.

Опишемо принципи побудови базового графа LDPC 5G, надаючи зв'язок з кодами LDPC, що забезпечують потрібну пропускну здатність. Структура базового графа 5G LDPC може бути пояснена за допомогою рис. 2.2, який описує базовий граф 1, розмір якого становить 46×68 зі швидкістю материнського коду $1/3$.

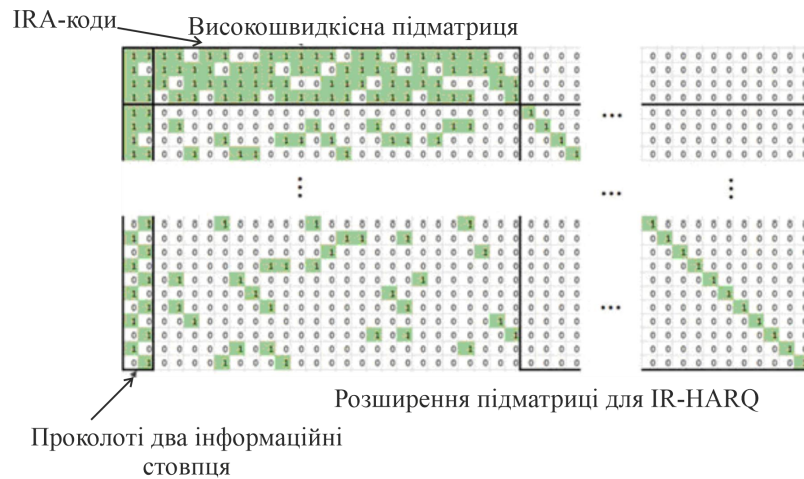


Рисунок 2.2 – Структура базового графу LDPC коду

Структура базового графа 2, розмір якого становить 42×52 зі швидкістю $1/5$, аналогічна структурі базового графа 1. Перші 22 стовпчика базового графа 1 і перші 10 стовпців базового графа 2 відповідають інформаційним бітам, Зверніть увагу, що перші два стовпці обох базових графів не передаються, тобто Вони завжди проколоті.

Високошвидкісна субматриця базового графа 1, яка відповідає першим 4 рядках і першим 26 стовпцями на рис. 2.2, має структуру кодів IRA. Як описано в зразковому графічному поданні на рис.2.2, коди IRA створюються шляхом об'єднання нерегулярних кодів LDPC і акумулятора, який представлений у вигляді дводіагональної структури. Коди IRA забезпечують пропускну здатність ВЕС з обмеженою графічною складністю тобто кількість одиниць в матриці перевірки на парність, поділене на кількість інформаційних бітів. Існує також перевага реалізації структури IRA, оскільки вона забезпечує ефективне кодування [6]. Можна бачити, що кодова швидкість цієї підматриці базового графа 1 є високою ($11/12$), і степінь перевірки вузла також є високою в порівнянні з іншими перевіроочними вузлами поза цією підматрицею; для базового графа 1 перевірка степені вузла в цій підматриці дорівнює 19, а перевірка степені вузла поза цією підматрицею становить від 3 до 10.

Решта 42 рядки базового графа 1 відповідають області розширення. Основне призначення області розширення - підтримка IR-HARQ. Слід зазначити, що як кодеру, так і декодеру, щонайменше, необхідно враховувати всю високошвидкісну частина підматриці, навіть якщо фактична передача не покриває її повністю, тобто

виколування буде застосовуватися в кодері після кодування з використанням всієї³¹ високошвидкісної передачі субматриці і доповнення нулями вхідного логарифмічного відношення правдоподібності (LLR) будуть застосовуватися в декодері для проколотої ділянки перед декодуванням. Однак через діагональну структуру області розширення ні кодеру, ні декодеру не потрібно враховувати область розширення, якщо фактична передача не потрапляє в цю область, тобто кодер може генерувати кожну змінну кодового слова, відповідну області розширення, одну за одною, замість кодування на основі всього базового графа і проколуювання. Якщо високошвидкісна частина підматриці передається для першої передачі, тоді операція IR-HARQ при повторній передачі може просто підтримуватися шляхом додаткового генерування ділянки області розширення на льоту. Аналогічно, кількість часу декодування може бути менше, якщо передається тільки частина ділянки області розширення, тобто, якщо швидкість коду вище, ніж швидкість материнського коду, для багаторівневого декодування і, можливо, для графіка заповнення, в залежності від реалізації. Такі характеристики роблять конструкцію коду 5G LDPC такою, що значно відрізняється від конструкції турбокодів 4G і можуть сприяти високій пропускну здатності системи 5G разом з вищезазначеним паралелізмом кодування і декодування. Відзначимо, що побудова змінних вузлів степені 1 в області розширення може розглядатися як кодування кодів LDPC-GM.

2.3 Проклоті інформаційні змінні

Як згадувалося раніше, вихідні дані кодера, що відповідають першим двом стовпчикам основного графа, не передаються. Декодер повинен відновити ці проклоті змінні, оскільки вони відповідають інформаційним бітам. Це трохи відрізняється від проколотих бітів парності в тому сенсі, що декодер може не намагатися відновити ці біти і може просто покладатися на CRC для перевірки результатів декодування, хоча це призводить до гірших характеристик помилкової тривоги, ніж використання всіх бітів парності. Це видно з рис. 2.2 що змінна степінь проколотих двох стовпців значно вище, ніж у непроколотих змінних, і це розумний

план, оскільки велика змінна степінь, тобто будучи підключеною до багатьох³² перевірочних вузлів, збільшує ймовірність правильного відновлення проколотої змінної, Проколювання можна розглядати як аспект підвищення продуктивності. Несистематичні коди IRA, які досягають пропускну здатності ВЕС з обмеженою графічною складністю можуть бути представлені у вигляді проколотих кодів. Інтуїтивно зрозуміло, що проколювання може вводити більше перевірочних вузлів, ніж зазначено в розрахунковій частоті, наприклад, 46 (= 44 + 2) перевірочних вузлів для базового графа 1 з розрахунковою швидкістю 1/3 і 22 інформаційних змінних або, що більш важливо, 4 (= 2 + 2) перевірочні вузли для високошвидкісної підматриці з розрахунковою швидкістю 11/12, і це може бути вигідно для продуктивності, якщо ці проколоти змінні добре захищені перевірочними вузлами з високою змінною степінню.

Ще однією важливою характеристикою дизайну базового графіка 5G LDPC є його ортогональність рядків. Видно, що немає двох послідовних рядків, що мають загальний ненульовий стовпець, за винятком високоматеріальної підматриці або проколотих двох стовпців. Така характеристика називається рядом ортогональності (або квазі-рядкової ортогональності через недосконалу ортогональність спричинену проколотими стовпцями), і однією з основних причин такої конструкції є зменшення затримки декодування. Основна ідея багатопотокового декодування - дозволити більш швидкому використанню оновленої інформації для здійснення змінної перевірки інформації. Однак може виникнути значна затримка декодування, якщо ми хочемо переконатися, що зчитування інформації, що перевіряється на змінну, відображає останню операцію попереднього рядка, якщо немає належного рядка ортогональності [1]. Іншими словами, таке зчитування інформації може бути застарілим без ортогональності рядків, оскільки операція запису попереднього рядка до цього вузла змінної може бути не завершена, коли у двох послідовних рядках є загальні стовпці. Отже, дизайн базового графа 5G LDPC має на меті забезпечити ортогональність рядків для швидкого та надійного декодування

Зверніть увагу, що це технічно правильно тільки тоді, коли обмеження буфера HARQ неефективне. Аналогічно 4G, є обмеження буфера HARQ для низхідної лінії зв'язку стандартів 5G, яке вступає в силу при максимальній пропускну здатності.

Коли це ефективно, мінімальна кодова швидкість графа кодування і декодування³³ обмежена $2/3$, тоді як сам базовий граф 1 може підтримувати кодову швидкість $1/3$. Це означає, що найбільше тільки $2/3$ базового графа використовується для кодування і декодування, і, отже, $1/3$ ділить такі $2/3$ базового графа на чотири блоки, коли обмеження буфера HARQ є ефективним. Передані біти, що відповідають певній версії надмірності, складаються з вихідних даних кодера, починаючи з вищезгаданої позиції стовпчика. Довжина передачі для кожної версії надмірності визначається кількістю доступних ресурсів передачі. Початкова передача повинна починатися з версії надмірності 0 , позиція стовпця якої знаходиться на третій позиції.

У 5G кодах LDPC розмір рядка залежить від порядку модуляції серед амплітуди квадратурної модуляції (QAM). Однією з головних мотивацій цього перемешувача є розподіл інформаційних бітів для кращого розташування бітових каналів під сірим відображенням, які є найбільш значущими бітами кожного символу QAM. Тип розподілу ресурсів у 5G підтримує чергування зі змінами, яке виконує додаткове чергування на рівні символів, і це можна розуміти як процес кодуваної модуляції з бітовим чергуванням (BICM) у поєднанні з перемешувачем на рівні бітів.

2.4 Код перевірки парності з низькою щільністю

5G NR використовує LDPC для кодування у інформаційному каналі. LDPC виправляє помилки каналу, зберігаючи біти парності для вибору бітів даних. На рис. 2.3 показано співвідношення між даними і бітами парності.

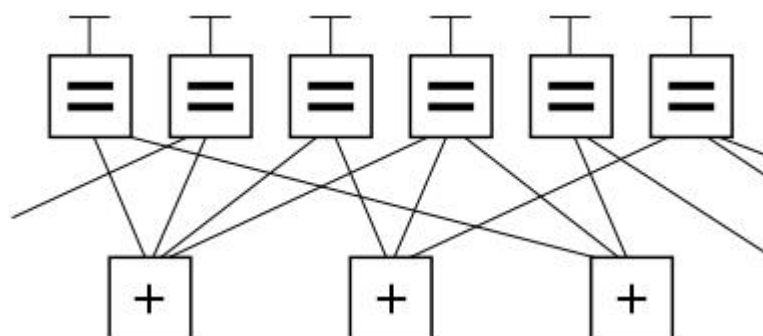


Рисунок 2.3 – Відображення бітів парності LDPC

Більшість бітів даних підтримуються множинними бітами парності. Коли виявлена помилка перевірки парності, інформація з множинних бітів парності може використовуватися для отримання вихідного біта даних.

Розглянемо код на основі парності, який працює з n -бітним блоком. З n бітів у блоці - k бітів переносять дані, а r бітів - парність. Таким чином:

$$n = k + r$$

Розглянемо код довжиною 7 бітів з 3 бітами парності. Це означає:

$$n = 7, k = 4, r = 3$$

Цей код слід розглядати як код швидкості 4/7, оскільки на кожні передані 7 бітів приходиться 4 бітів даних. Якщо 7 бітів блоку помічені як c_1 до c_7 . Тут c_1, c_2, c_3 і c_4 – біти даних. c_5, c_6 і c_7 – біти парності. Ми можемо визначити обмеження парності наступним чином. Обмеження визначаються за допомогою додавання за модулем 2 (операція «виключаюче або»).

$$c_1 \oplus c_2 \oplus c_3 \oplus c_5 = 0 \quad e_1$$

$$c_1 \oplus c_2 \oplus c_4 \oplus c_6 = 0 \quad e_2$$

$$c_1 \oplus c_3 \oplus c_4 \oplus c_7 = 0 \quad e_3$$

Вищезазначене рівняння також може бути представлено у вигляді матриці. Кожне рівняння відображається в рядку в матриці. Значення 0 було введено для стовпців, які не існували в початковому рівнянні.

$$c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$

Описані вище рівняння зазвичай представлені у вигляді графа Таннера. Дані і біти парності показані у верхній частині. Рівняння накладають обмеження на дані і біти парності представлені нижче за допомогою сполучних ліній з бітами, що охоплюються кожним обмеженням (рис.2.4).

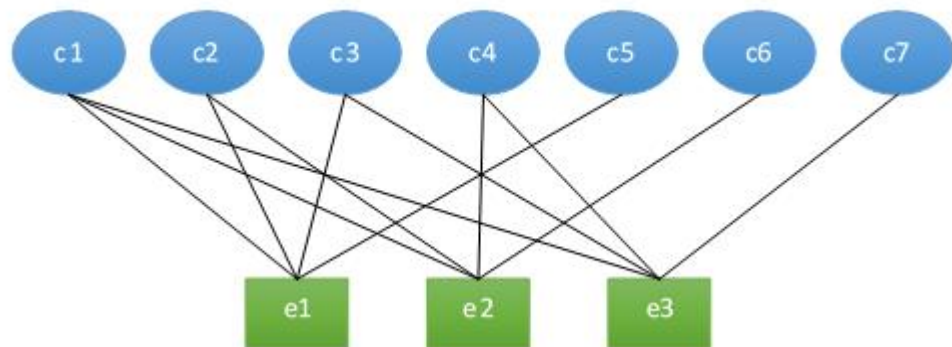


Рисунок 2.4 – Граф Таннера

Припустимо, що дані, які треба відправити користувачу: 1001.

$$\begin{array}{cccc}
 c1 & c2 & c3 & c4 \\
 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$

Ми застосовуємо це до рівнянь парності.

$$1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus c5 = 0$$

$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus c6 = 0$$

$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus c7 = 0$$

Бітам парності c_5 , c_6 і c_7 повинні бути присвоєні такі значення, щоб³⁶ задовольнити рівняння вказані вище. Рівняння будуть вірними, коли в кожному рівнянні буде встановлено парне число бітів.

$$1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

Це призводить до наступних семи бітів.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
1	0	0	1	1	0	0

Граф Таннера для бітів даних і вузлів обмеження показаний на рис. 2.5.

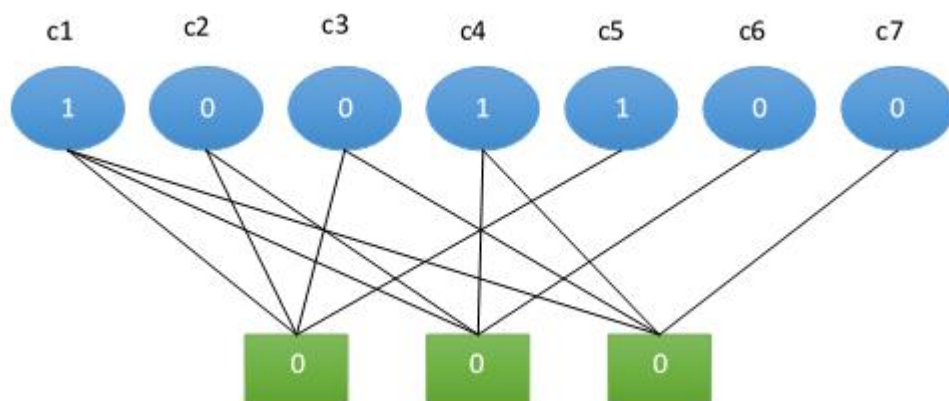


Рисунок 2.5 – Приклад графа Таннера

Розглянемо алгоритм перемикання бітів для декодування кодів LDPC. Припустимо, що біт c_3 отриманий з помилкою в приймачі. Ця помилка призводить до двох збоїв рівняння перевірки на парність (рис. 2.6).

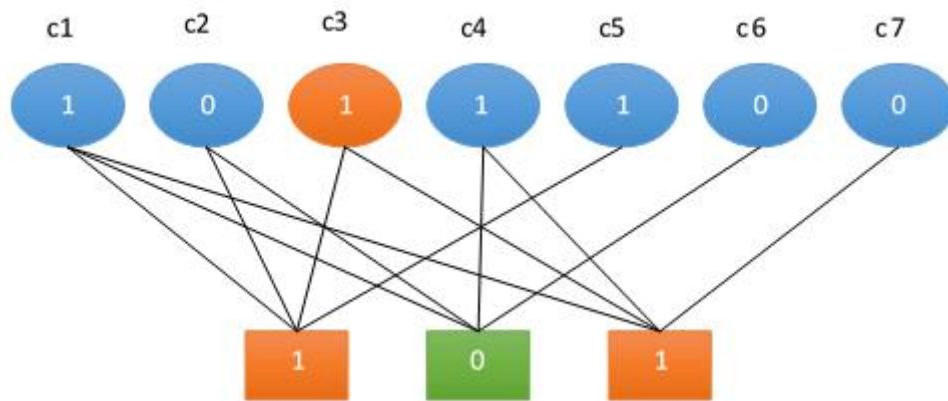


Рисунок 2.6 – Граф Таннера з впливом помилки одного біта

Тут ми можемо застосувати найпростіший алгоритм декодування:

Якщо вузол отримує більше негативних голосів, ніж позитивних, він вирішує перевернути себе. Тут біт c_3 отримує два негативних голоси з рівнянь перевірки на парність. Немає позитивних голосів, тому c_3 перевертається. Перевертання біта дає два позитивних голоси для c_3 . У цей момент всі перевірки на парність проходять, що завершує декодування (рис. 2.7).

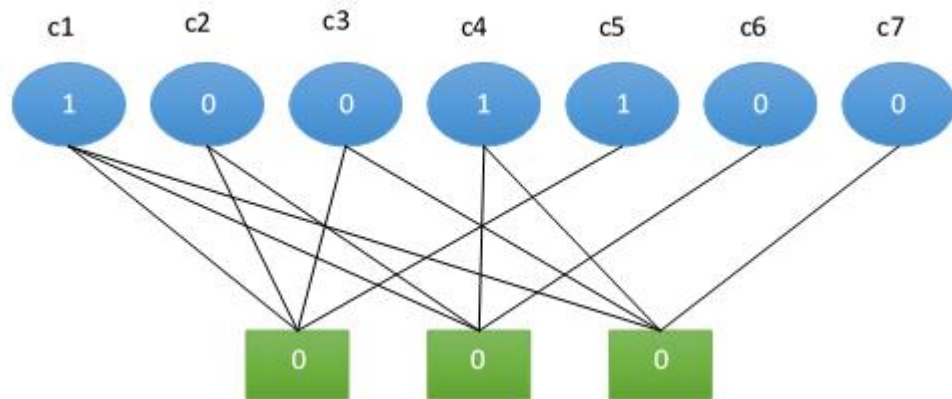


Рисунок 2.7 – Граф Таннера після виправлення бітів

Розглянемо алгоритм передачі повідомлень. Алгоритм перемикування бітів простий, але погано виявляє помилки. Алгоритми передачі повідомлень покращують

продуктивність декодера шляхом ітеративного обміну оцінками між вузлами бітів³⁸ даних і вузлами перевірки на парність.

Розглянемо декодер поширення довіри. Ця схема використовувала методи поширення довіри, які були розроблені для ітерації в нейронних мережах. Алгоритми поширення довіри забезпечують найкращу продуктивність декодування LDPC.

2.5 Коди QC-LDPC

3GPP стандартизований код QC-LDPC (квазіциклічний LDPC) для підтримки HARQ і узгодження швидкості. Коди LDPC є одними з найбільш широко використовуваних кодів прямого виправлення помилок (FEC) в декількох стандартах зв'язку, таких як бездротова локальна мережа (WLAN, IEEE 802.11n), мережа бездротового радіодоступу (WRAN, IEEE 802.22), цифрове відео мовлення, тощо. Коди LDPC грають важливу роль в зв'язку 5G і були обрані в якості схеми кодування для розширеного мобільного широкосмугового каналу даних (eMBB) [4]. Для підтримки сумісної швидкості і масштабованої передачі даних 3GPP розглядає два базових графа, сумісних по швидкості, BG1 і BG2, для кодування каналів [5]. Відповідно, було проведено кілька досліджень кодів 5G LDPC.

В останні роки дослідження кодів LDPC були зосереджені на структурованих кодах LDPC, відомих як квазіциклічні коди з низькою щільністю перевірок на парність (QC-LDPC) [8], які демонструють переваги перед іншими типами кодів LDPC щодо апаратної реалізації кодування і декодування з використанням простих регістрів зсуву і логічних схем. Кодер з низькою складністю може бути реалізований з використанням кодів QC-LDPC через розрідженість матриці перевірки на парність. Однак кодувати з низькою складністю непросто, оскільки коди LDPC визначаються своєю матрицею перевірки на парність, а матриця генератора зазвичай невідома. Були запропоновані різні підходи для поліпшення апаратної складності кодерів LDPC [5]. Одним з найбільш традиційних підходів є систематичне кодування, при якому матриця генератора виходить з матриці перевірки на парність з

використанням виключення Гаусса. Основним недоліком цього методу є те, що³⁹ накладні витрати на зберігання різко зростають для блоків великого розміру, що обмежує його практичне застосування. Алгоритм Річардсона - Урбанке (RU) це широко використовувана схема кодування кодів LDPC. Основним принципом методу є перетворення матриці перевірки на парність в наближену нижньотрикутну форму (ALT) з використанням тільки перестановок рядків і стовпців, що зберігає розрідженість матриці. Цей метод має довгий критичний шлях, що може зробити кодер LDPC непридатним для додатків з високою пропускнуою здатністю. Щоб подолати обмеження попередніх підходів, розглянута конструкція – архітектура кодера LDPC з низькою складністю і високою пропускнуою здатністю для стандарту 5G, вимагає значно меншого обсягу пам'яті при збереженні високої пропускнуої здатності.

У кодерах LDPC пам'ять і сполучні блоки розглядаються як основні чинники, що впливають на загальну площу, затримку і характеристики потужності конструкції обладнання. Отже, розмір постійної пам'яті (ROM) був зменшений за рахунок збереження квантованого значення інформації перестановки для кожної подматриці замість всієї матриці перевірки парності H . Пропонована архітектура вимагає менше множень матриць, ніж метод RU, за рахунок використання характеристики базової матриці 5G NR. Крім того, запропонований алгоритм не вимагає інверсії компонентної матриці, що дає основну перевагу перед методом RU. Більш того, блокові пристрої, що запам'ятовують не потрібні для зберігання породжуючої матриці G , і кількість необхідних компонентів скорочується. Обсяг ПЗП запропонованого методу на 98,2% і 88,9% менше, ніж у методу G -матриці і методу RU відповідно.

2.6 Характеристика кодів QC-LDPC

Нехай Z буде розміром циркуляторної матриці перестановок, а $P_{i,j}$ - значенням зсуву. Для будь-якого цілочисельного значення $P_{i,j}$, $0 \leq P_{i,j} \leq Z$, матриця

циркуляторних перестановок $Z \times Z$ зсуває матрицю I тотожності $Z \times Z$ вправо на $P_{i,j}$ 40 разів для (i, j) -го не нульового елемента базової матриці. Цей бінарний циркулянт матриці перестановок позначається як $Q(P_{i,j})$. Розглянемо $Q(1)$ в якості прикладу. Для простих позначень $Q(-1)$ позначає нульову матрицю (всі елементи дорівнюють нулю) однакового розміру.

$$Q(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$H = \begin{bmatrix} Q(P_{1,1}) & Q(P_{1,2}) & \dots & Q(P_{1,n_b}) \\ Q(P_{2,1}) & Q(P_{2,2}) & \dots & Q(P_{2,n_b}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q(P_{m_b,1}) & Q(P_{m_b,2}) & \dots & Q(P_{m_b,n_b}) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Експонентна матриця H , яка є $E(H)$, має наступний вигляд:

$$E(H) = \begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \dots & P_{1,n_b} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \dots & P_{2,n_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m_b,1} & P_{m_b,2} & \dots & P_{m_b,n_b} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Кожен запис в матриці E називається значенням зсуву. Слід зазначити, що матриця перевірки на парність H в рівнянні (2) може бути побудована шляхом розширення матриці $E(H)$ показників степеня $m_b \times n_b$. Ця процедура називається побудовою протографа [5].

Всі розміри підйому діляться на вісім наборів на основі параметра a , де a використовується для визначення розміру підйому $a \times 2^j$. Набір коефіцієнтів зсуву наведено в таблиці 2.1.

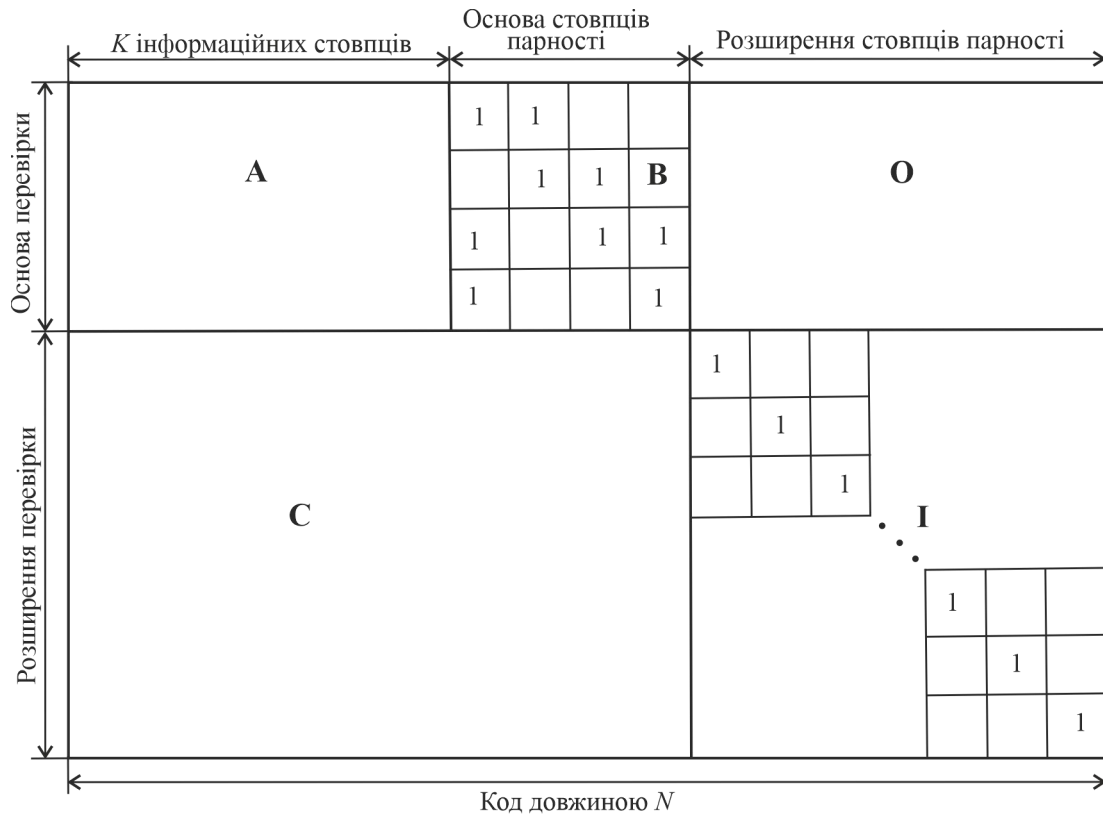


Рисунок 2.8 – Схема матриці контролю парності для кодів 5G QC-LDPC.

Значення зсуву $P_{i,j}$ може бути обчислено з використанням функції $P_{i,j} = f(V_{i,j}, Z)$, де $V_{i,j}$ - коефіцієнт зсуву (i, j) -го елемента відповідної схеми зсуву. Функція f визначається виразом (2.4), mod позначає операцію по модулю:

$$P_{i,j} = f(V_{i,j}, Z) = \begin{cases} -1 & V_{i,j} = 1 \\ \text{mod}(V_{i,j}, Z) & \text{для інших } V_{i,j} \end{cases} \quad (2.4)$$

Наступні процедури представляють собою етапи побудови матриці перевірки на парність цільового (N, K) коду QC-LDPC з заданим розміром інформаційного блоку K і швидкістю кодування $R = K/N$. Для базового графа k_b позначає число інформаційних циркулянтних колонок; таким чином, якщо розмір підйому дорівнює Z , $K = Z \times k_b$ номінально.

Крок 1: Отримати базовий граф BG1 або BG2 і визначити значення k_b для заданих K і R . Для BG1: $k_b = 22$. Для BG2: $k_b = 10$, якщо $K > 640$; $k_b = 9$, якщо $560 < K < 640$; $k_b = 8$, якщо $192 < K < 560$; і $k_b = 6$ в іншому випадку.

Крок 2: Визначте Z , вибравши мінімальне значення Z в таблиці 2.1, так що $k_b \times Z > K$.

Крок 3: Після визначення розміру Z підйому відповідна матриця коефіцієнтів зміщення потім вибирається з таблиці 2.1.

Крок 4: Розрахувати значення коефіцієнта зміщення P_{ij} за допомогою модульної операції Z , як описано в рівнянні (2.4).

Крок 5: Замінити кожний запис в кінцевій матриці показників відповідною матрицею циркулянтних перестановок або нульовою матрицею розміру $Z \times Z$. Побудова коду QC-LDPC завершено, і отримана матриця перевірки на парність H розміром $m_b Z \times n_b Z$. У кодах 5G QC-LDPC виконується скорочення і виключення для отримання бажаної довжини інформації та адаптації швидкості.

2.7 Алгоритм кодування LDPC

З огляду на матрицю перевірки парності H , метою кодування LDPC є рішення рівнянь парності:

$$HC^T = 0^T, \quad (2.5)$$

де C - систематичне кодове слово, яке складається з інформаційного біта-вектора S і кодового вектора парності P .

Розглянемо LDPC-кодування з гаусівським виключенням. Гаусове виключення є найбільш загальноприйнятим методом кодування кодів LDPC, який виконується шляхом множення матриці G генератора і містить квадратичну складність по довжині блоку [1]. Невідома генераторна матриця G може бути отримана з перевіркою матриці H . Генераторна матриця для коду з перевіркою матрицею H

може бути отримана шляхом виконання виключення Гаусса-Джордана на H в такій⁴³ формі:

$$G = \begin{bmatrix} I_k & A^T \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

де A - $(N - K) \times K$ двійкова матриця, а I_{N-K} - одинична матриця порядку $(N - K)$.

Матриця генератора виглядає наступним чином:

$$G = \begin{bmatrix} I_k & A^T \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Кодове слово C потім виходить шляхом множення матриці G генератора на систематичні біти S наступним чином:

$$C = SG. \quad (2.8)$$

Послідовний LDPC-кодер, заснований на збільшенні матриці G , вимагає ПЗП для зберігання матриці генератора, використовуваної для обчислення кодового слова C . Основний недолік цього підходу полягає в тому, що, на відміну від матриці H перевірки на парність, відповідна матриця G генератора, не буде розрідженою. Складність цього алгоритму кодування становить $O(N^2)$, де N - кількість бітів в кодовому слові. Отже, реалізація множення матриць у кодері призводить до дуже високої складності. Для довільної матриці перевірки на парність слід уникати побудови G і виконувати кодування з використанням зворотної заміни на H .

Висновки до другого розділу

1. Графічне представлення 5G LDPC кодів, побудованих на основі протографа отримують, прикріпивши декілька копій протографа і переставивши ребра між ними.

2. Дизайн базового графа кодів 5G LDPC має на меті забезпечити⁴⁴ ортогональність рядків для швидкого та надійного декодування символів.

3. Кількість доступних ресурсів для передачі в стільниковій системі може динамічно змінюватись, і коди 5G LDPC повинні підтримувати функціональність узгодження швидкості для вибору довільної кількості переданих бітів.

3 МОДЕЛЮВАННЯ КВАЗІЦИКЛІЧНИХ КОДІВ LDPC

3.1 Матрична дисперсія

Квазіциклічні коди LDPC (QC-LDPC) прийняті як стандартні коди розширеного мобільного ширококутового каналу передачі даних 5G. Ці коди призначені для підтримки різних розмірів підйому та мають властивість сумісності за швидкістю, що може допомогти добре адаптувати різну довжину інформації та швидкість коду. Розглянемо метод алгебри для побудови кодів QC-LDPC з такими властивостями.

Коди перевірки парності з низькою щільністю (LDPC), утворюють клас кодових каналів, що наближаються до пропускну здатності каналу, і чудово працюють з ітеративним декодуванням на основі алгоритму сумарного добутку (SPA) або алгоритму мінімальної суми (MSA) [3]. Як клас лінійних блокових кодів, коди LDPC повністю задаються їх розрідженими матрицями перевірки парності, а конструкція та структурні властивості матриць перевірки на парність відіграють важливу роль у пошуку помилок, а також структурі та вартості кодера і декодера з точки зору обчислень та обладнання. На основі методів побудови кодів LDPC можна поділити на дві категорії: випадкові та структуровані коди. Найвідомішим методом побудови випадкових кодів LDPC є алгоритм прогресивного зростання ребер [6]. Структуровані коди LDPC, як правило, будуються на основі протографа або алгебраїчних методів [7]. Конструкція протографа полягає в тому, щоб скопіювати базовий граф (тобто протограф) G Z разів, а потім з'єднати ці копії, переставивши

ребра окремих копій. Тут параметр Z називається коефіцієнтом розширення або⁴⁵ розміром підйому. Алгебраїчні методи включають конструкцію суперпозиції (SP) як репрезентативну на основі скінченних полів, скінченних геометрій та комбінаційних конструкцій. Конструкція SP кодів LDPC полягає у розподілі кожного елемента базової матриці в розріджену матрицю Q або нульову матрицю однакового розміру. У [11] було показано, що побудова протографа LDPC-кодів є окремим випадком побудови SP, коли $Q \in Z \times Z$ -матрицями. Як особливий вид структурованих кодів, квазіциклічні коди LDPC (QC-LDPC) [12], як правило, задаються масивом циркулянтів. Типово використовуваний циркулянт для кодів QCLDPC - це матриця перестановки циркулянта (CPM). Завдяки тому, що вони мають різні переваги, такі як легка апаратна реалізація кодера та декодера, швидка конвергенція декодування та нижча мінімальна кількість помилок, коди QC-LDPC були широко досліджені та знайшли широке застосування в різних системах цифрового зв'язку та зберігання даних. QC-LDPC коди рекомендували 3GPP як схему кодування каналів для розширеного мобільного ширококутового (eMBB) каналу даних 5G зв'язку. Окрім структури контролю якості, ці стандартні коди одночасно мають властивість, сумісності за швидкістю [2], і можуть підтримувати різні розміри підйому. Ці властивості дозволяють таким кодам легко адаптувати різну довжину інформації та відповідність структури.

Нехай Z - натуральне число. Розглянемо набір цілих чисел $Z_Z = \{0, 1, 2, \dots, Z-1\}$ $Z_Z = \{0, 1, 2, \dots, Z-1\}$. Для кожного елемента $p \in Z_Z$ - представляємо його бінарною матрицею перестановки циркулянта (CPM) розміром $Z \times Z$ (з рядками і стовпцями, поміченими від 0 до $Z-1$), верхній рядок якої має одну ненульову компоненту в позиції p . Позначимо цей двійковий CPM через $Q(p)$, і все ненульові елементи в $Q(p)$ рівні «1». Неважко зрозуміти, що подання $p \in Z_Z$ через $Q(p)$ є унікальним. Іншими словами, відображення між $p \in Z_Z$ і $Q(p)$ взаємно однозначне. А $Q(p)$ стає більш розрідженим зі збільшенням Z . Для зручності ми вводимо $Q(-1)$ і визначаємо його як нульову матрицю (ZM) того ж розміру. Ми називаємо таке матричне подання для кожного елемента над Z_Z матричною

дисперсією або Z -кратною CPM -дисперсією [11], а параметр Z - розміром підйому⁴⁶ [4]. Візьмемо, наприклад, Z_3 ,

$$Q(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Q(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Q(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad Q(-1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

У наступному обговоренні під CPM -дисперсією елемента в Z_Z ми маємо на увазі розподіл його в CPM розміром $Z \times Z$.

3.2 Побудова кодів QC-LDPC

Двійковий (n, k) код QC-LDPC визначається нульовим простором розрідженої матриці перевірки парності розміром $m \times n$ над кінцевим полем $GF(2)$, яка складається з масиву циркулянт і має ранг $n - k (\leq m)$. Якщо H має постійну вагу стовпця d_v і постійну вагу рядка d_c , отриманий код LDPC називається (d_v, d_c) - регулярним кодом QC-LDPC. Якщо рядки та стовпці H мають різну вагу, то нульовий простір H визначає нерегулярний код QC-LDPC. Беручи до уваги реалізацію, матриця перевірки парності H коду QC-LDPC зазвичай складається з масиву CPM та ZM однакового розміру, наприклад,

$$H = \begin{bmatrix} Q(p_{0,0}) & Q(p_{0,1}) & \cdots & Q(p_{0,n_b-1}) \\ Q(p_{1,0}) & Q(p_{1,1}) & \cdots & Q(p_{1,n_b-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q(p_{m_b-1,0}) & Q(p_{m_b-1,1}) & \cdots & Q(p_{m_b-1,n_b-1}) \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

де $p_{i,j} \in \{-1\} \cup Z_Z$ для $0 \leq i \leq m_b$, $0 \leq j \leq n_b$, $n = n_b \times Z$ і $m = m_b \times Z$. H^{47}

розділяє взаємно однозначне відображення з наступною матрицею

$$P = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots & p_{0,n_b-1} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots & p_{1,n_b-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m_b-1,0} & p_{m_b-1,1} & \cdots & p_{m_b-1,n_b-1} \end{bmatrix}.$$

Тут ми називаємо P експонентною матрицею H , і кожен запис у P називається, значенням зсуву. Позначимо базову матрицю P через $B = [b_{i,j}]$, де $b_{i,j} = 0$, якщо $p_{i,j} = -1$ і $b_{i,j} = 1$ інакше. Метод побудови H з B або P в (3.1) відомий як конструкція суперпозиції або побудова протографа [11].

3.3 Коди QC-LDPC з діагональною структурою

Матриці перевірки парності з діагональними структурами можна використовувати для безпосереднього кодування LDPC [5]. До таких структур належать діагональні та дводіагональні структури, а також їх поєднання. Припустимо, що експонентна матриця для двобічної матриці перевірки парності P розміром $m_b \times n_b$ може бути розділена на дві частини, тобто $P = [P' P'']$, в якій P' є $m_b \times (n_b - m_b + 1)$ матриця наступного виду:

$$P' = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots & p_{0,n_b-m_b} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots & p_{1,n_b-m_b} \\ p_{2,0} & p_{2,1} & \cdots & p_{2,n_b-m_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m_b-2,0} & p_{m_b-2,1} & \cdots & p_{m_b-2,n_b-m_b} \\ p_{m_b-1,0} & p_{m_b-1,1} & \cdots & p_{m_b-1,n_b-m_b} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

а P'' - матриця розміру $m_b \times (m_b - 1)$, задана формулою

$$P'' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & -1 \\ -1 & 0 & \dots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & \dots & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

де p_{0,n_b-m_b} та p_{m_b-1,n_b-m_b} невід'ємні, а при $0 < i < m_b - 1$ один і лише один p_{i,n_b-m_b} невід'ємний, а інші встановлюються на „-1“.

Те, що приймають базові / експоненті матриці 5G-кодів LDPC - це гібридна структура, яка поєднує характеристики як діагональних, так і дводіагональних структур. Більш детально представлено у наступному розділі.

3.4 Цикли в графах Таннера

Код LDPC також може бути описаний двобічним графом, який називається графом Таннера [6], який має індивідуальну відповідність матриці перевірки на парність H . Два класи вузлів у графі Таннера називаються вузли змінних (VN) та контрольні вузли (CN), що відповідають стовпцям та рядкам H відповідно. Припустимо, матриця перевірки на парність $H = [h_{i,j}]_{0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n}$, в якій $h_{i,j}$ дорівнює 0 або 1. Тоді у графі Таннера i -та CN підключена до j -ої VN ребром тоді, коли $h_{i,j} = 1$. Варто зазначити, що пара VN і CN в графі Таннера або не пов'язана, або пов'язана одним ребром у цій роботі, тобто граф Танера не допускає декількох ребер або автопетель.

Цикл у графі Таннера відноситься до замкненого шляху, який починається і закінчується в тому самому вузлі, і його довжина визначається як кількість ребер на

цьому шляху. Обхват графа Таннера, позначений g , - це довжина найкоротшого⁴⁹ циклу, який рівний і не менше 4.

Вплив графа Таннера на продуктивність коду є складним. Є деякі висновки, що графа Таннера з циклом 6 або 8 достатньо для хорошої роботи. Загалом, цикли довжиною 4 погіршують продуктивність помилок коду LDPC, декодованого за допомогою ітеративних алгоритмів декодування. Всі конструкції кодів LDPC вимагають, щоб їх матриці перевірки парності відповідали наступним обмеженням рядків і стовпців: кожен два рядки (або стовпці) не мають більше одного ненульового елемента в одному положенні. Це обмеження може гарантувати, що граф Таннера у розробленому коді не має циклів довжиною 4 і забезпечує цикл щонайменше 6.

На рис. 3.1 показаний граф Таннера для (6, 3) коду LDPC, заданого наступною матрицею перевірки на парність 4×6 (з рангом 3)

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

H_1 має вагу стовпця 2 і вагу рядка 3, і задовольняє обмеження щодо рядків і стовпців. Отже, його граф Таннера на рис. 1 не має циклів довжиною 4 і обхватом щонайменше 6. Насправді його обхват дорівнює 6. Цикл довжиною 6 зображений жирною лінією на рис. 3.1.

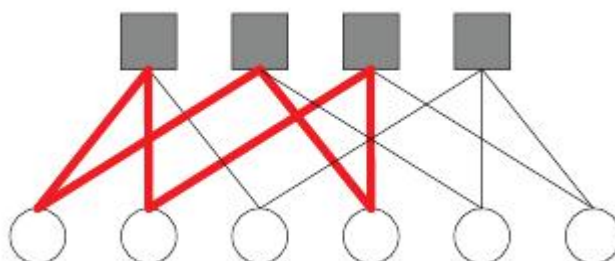
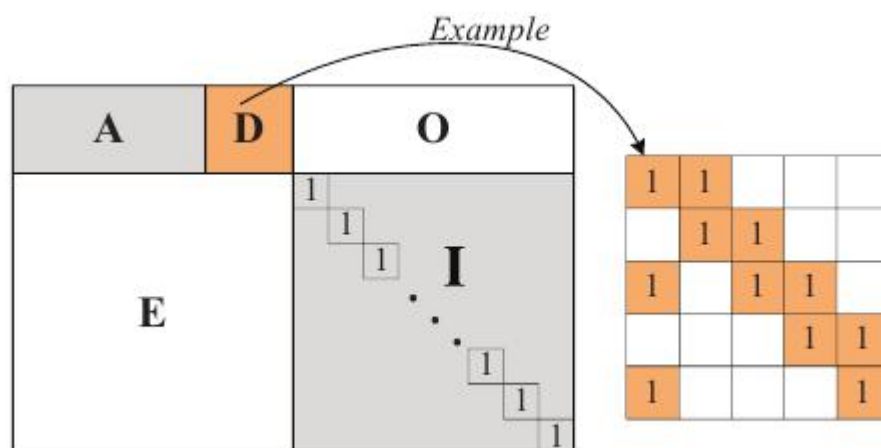


Рисунок 3.1 – Граф Таннера для (4,6) LDPC коду, за матрицею H_1

3.5 Кодування каналу даних 5G

ITU-R окреслив вимоги до продуктивності зв'язку 5G та визначив три типові⁵⁰ сценарії використання 5G: eMBB, наднадійний зв'язок з низькою затримкою (URLLC) та масивний зв'язок машинного типу (mMTC). Відповідно до їх додатків, URLLC та mMTC чутливі до затримки, а отже, використовують короткий пакет даних з більш надійним зв'язком, наприклад, не вимагаючи видимих мінімальних помилок до BLER 10^{-5} . eMBB є найбільш очевидним продовженням 4G Long Term Evolution (LTE) і залишається найбільш критичним сценарієм при постійному зростанні вимог користувачів (наприклад, більша щільність користувачів та кращий досвід користування). Кодування каналів - одна з ключових технологій, яка, як очікується, задовольнить вимоги сценарію eMBB і повинна підтримувати набагато ширший діапазон швидкості коду, довжини коду та форматів модуляції, ніж 4G LTE. Зокрема, 3GPP припускає, що довжина коду eMBB коливається від 100 до 8000 біт, а швидкість кодування коливається від 1/5 до 8/9, а цільові коди можуть підтримувати пропускну здатність до 20 Гбіт / с. Більше того, щодо виправлення помилок потрібні хороші показники при BLER 10^{-2} . Існує багато схем кодування каналів із наближенням потужності до великих довжин коду, таких як LDPC, просторово пов'язані LDPC, Turbo та Polar коди. Після оцінки ефективності виправлення помилок, досяжної пропускну здатності, складності реалізації та енергоспоживання, 3GPP приймає коди QC-LDPC для кодування каналу даних eMBB.

Коди 5G LDPC належать до кодів QC-LDPC і, отже, можуть бути побудовані на основі методу суперпозиції. Рис. 3.2 показує структуру базової матриці цих стандартних кодів.



Як показано на рис. 3.2, базова матриця складається з п'яти підматриць A , D , O , E та I :

- A відповідає систематичним бітам;
- D відповідає бітам парності і являє собою квадратну матрицю з дводіагональною структурою:
 - перша колонка має вагу 3;
 - підматриця, що складається з інших стовпців після першого стовпця, має верхню дводіагональну структуру;
- O - нульова матриця;
- I - матриця ідентичності.

Комбінація A і D визначається як ядро, а інші частини (O , I та E) називаються розширеннями. Очевидно, така структура коду схожа на коди, подібні до Raptor [3].

Дві базові матриці, позначені $B_{5G,1}$ і $B_{5G,2}$, відповідно, прийняті для 5G LDPC-кодів [35]. Ці дві матриці мають подібну структуру, але $B_{5G,1}$ призначений для довжини інформації до 8448 і швидкості кодування від $1/3$ до $8/9$, тоді як $B_{5G,2}$ для меншої довжини інформації не більше 3840 і швидкості коду від $1/5$ до $2/3$ [36]. На рис. 3 показана діаграма розсіювання $B_{5G,1}$. З малюнка ми бачимо, що $B_{5G,1}$ має 46 рядків і 68 стовпців. VN -блоки, позначені від 0 до 21, відповідають інформаційним бітам, а інші VN -блоки відповідають бітам парності.

3.6 Експонентні матриці кодів 5G LDPC

Відповідно до вимог 3GPP [37], експонентні матриці 5G-кодів LDPC повинні підтримувати всі розміри підйому в таблиці 2, де $Z = a \times 2^j$ для $a \in \{2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ та $0 \leq j \leq 7$.

Для матриць 5G LDPC є 16 експонентних матриць, і кожна базова матриця має 8 експонентних матриць. Перелічимо експонентні матриці порівняно з

підтримуваними наборами розмірів підйому в таблиці 3.1. Як показано в таблиці,⁵² кожен набір задається параметром a .

Таблиця 3.1 – Відображення між експонентною матрицею і розміром підйому 5G LDPC кодів

Експонентна матриця	Розмір підйому
$P_1 (a = 2)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$P_2 (a = 3)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$P_3 (a = 5)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$P_4 (a = 7)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$P_5 (a = 9)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$P_6 (a = 11)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$P_7 (a = 13)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4\}$
$P_8 (a = 15)$	$\{a \times 2^j \mid j = 0, 1, 2, 3, 4\}$

Для реалізації різної довжини інформації та адаптації швидкості використовуються методи укорочення та проколювання для 5G-кодів LDPC. Проколювання застосовується як до бітів інформації, так і до бітів парності в кодовому слові. Укорочення виконується за допомогою нульових відступів для інформаційних бітів. Як для $B_{5G,1}$, так і для $B_{5G,2}$, а також для всіх кодових швидкостей кодові біти, що відповідають першим двом колонкам циркуляції, проколюються перед передачею. Ці два проколоти блоки мають відносно велику вагу стовпня серед усіх стовпців, тому їх зазвичай називають стовпцями з великою вагою. Для використання, сумісного зі швидкістю, біти парності проколюються справа наліво, наприклад, для $R = 1/2$ використовується підматриця 24×46 у верхньому лівому куті базової матриці, а для $R = 1/3$ використовується повна базова матриця 46×68 .

Нехай k_b позначає кількість колонок інформаційного циркулятора в $B_{5G,1}$ або $B_{5G,2}$. А для $B_{5G,1}$, $k_b = 22$; для $B_{5G,2}$, k_b , залежно від K , встановлюється одним із таких значень $\{10, 9, 8, 6\}$. Визначення P включає такі етапи:

- 1) Визначте базову матрицю та k_b для даних K та R ;
- 2) Виберіть Z як мінімальне значення в таблиці 2.1, так що $(k_b \cdot Z) \geq K$;
- 3) $n_b = [k_b / R] + 2$ та $m_b = n_b - k_b$, де $[x]$ позначає найближчі цілі числа, більші або рівні x ;

4) На основі Z , визначте матрицю $P^* = [v_{i,j}]_{0 \leq i \leq m_z, 0 \leq j \leq n_z}$ з 8 матриць $P_t (1 \leq t \leq 8)$ у таблиці 3.1;

5) Обчислити значення матриць $P = [p_{i,j}]_{0 \leq i \leq m_b, 0 \leq j \leq n_b}$, де $p_{i,j} = -1$, якщо $v_{i,j} = -1$ і $p_{i,j} = v_{i,j} \pmod{Z}$, інакше, в якому „mod” Позначає виконання операції ділення за модулем;

6) Розподіліть кожен елемент P у двійковій CPM розміром $Z \times Z$ або ZM однакового розміру та отримайте матрицю перевірки парності H розміром $m_b Z \times n_b Z$, яка відповідає (N, K) коду LDPC.

На основі вищезгаданих кроків ми можемо виявити, що дизайн і структура матриць експоненти роблять коди 5G LDPC кращими властивостями, сумісними зі швидкістю. Оскільки пробиті біти включають дві частини, перші дві колонки циркуляції та блоки, що складаються з бітів часткової парності справа наліво відповідно. Тоді ми можемо легко розрахувати кількість пробитих та укорочених бітів таким чином:

1) Кількість проколотих бітів, складених із перших двох колонок циркуляції $N_{punc1} = 2Z$;

2) Кількість укорочених інформаційних бітів нульовим заповненням $N_{padd} = k_b \times Z - K$;

3) Кількість проколотих бітів парності справа наліво $N_{punc2} = n_b \times Z - 2Z - N - N_{padd}$.

Кількість закодованих бітів, які надходять у модулятор, не $n_b Z$, а N .

3.7 Побудова алгебраїчних кодів QC-LDPC з багатьма коефіцієнтами розширення

Побудова експонентних матриць є ключовим моментом для кодів QC-LDPC. Для коду LDPC, декодованого за допомогою ітеративних алгоритмів, продуктивність тісно пов'язана зі структурою його графа Таннера та відповідними циклами. Отже, багато авторів використовували структуру циклів як вирішальний показник помилок коду LDPC. У графі Таннера уникають коротких циклів для кращої роботи.

Експонентні матриці кодів QC-LDPC можуть підтримувати різні розміри підйому. Розглянемо коди 5G LDPC, розширюємо запропоновану метрику та алгоритм для проектування експонентних матриць для $B_{5G,1}$ і $B_{5G,2}$. Важливу роль відіграють цикли в помилкових показниках LDPC-кодів.

Для кодів QC-LDPC з експонентною матрицею $[p_{i,j}]_{0 \leq i \leq m_b, 0 \leq j \leq n_b}$, цикли довжини $2d$ ($g \leq 2d \leq 2g - 2$), де g позначає обхват існують тоді, коли існують $2d$ невід'ємних значень зсуву $p_{i,j}$, які відповідають

$$\sum_{z=0}^{d-1} (p_{i_z, j_z} - p_{i_{z+1}, j_z}) = 0 \pmod{Z}, \quad (3.5)$$

де $0 \leq i_z \leq m_b$, $0 \leq j_z \leq n_b$.

На основі метрики WANC, запропонованої в останньому підрозділі, ми тепер обговорюємо, як побудувати коди QC-LDPC, експонентна матриця яких може підтримувати кілька підйомних розмірів. Ми підсумовуємо нашу конструкцію як такі кроки:

- 1) Виходячи з фактичних вимог (наприклад, сумісних за швидкістю), визначте структуру матриці перевірки парності;
- 2) Відповідно до заданих проектних цілей (наприклад, розподіли ступеня та поріг), побудуйте базову матрицю B для бажаної експонентної матриці P ;
- 3) Спростіть конструкцію за допомогою деяких альтернативних методів аналізу (наприклад, аналіз циклу): Визначте підматрицю $m_s \times n_s$ P_{sm} зі значеннями зсуву, які слід вказати в P , і відповідною базовою матрицею B_{sm} однакового розміру (індекс “sm” означає “підматриця”);

4) На основі алгебраїчних методів побудуйте таблицю коефіцієнтів ефективності циркуляції T_{cc} розміром $N_t \times n_s$, $N_t > m_s$, яка повинна відповідати умові: всі записи в рядку (стовпці) різні;

5) Виберіть рядки m_s з T_{cc} , щоб сформувати P_{sm}^* і побудуйте $P_{sm} = B_{sm} \otimes P_{sm}^* + B_{sm} - 1$ за умови мінімізації $W(P_{sm})$, де операція \otimes визначається як елементний добуток, тобто

$$B_{sm} \otimes F = [b_{i,j} f_{i,j}]_{0 \leq i \leq m_s, 0 \leq j < n_s}, \quad (3.10)$$

в яких матриці F і B_{sm} мають однаковий розмір $m_s \times n_s$;

6) Поєднайте P_{sm} з іншими конкретними частинами та отримайте P .

В алгоритмі 2 попередньо потрібна базова матриця V . V , як правило, розробляється з хорошим порогом декодування за допомогою автоматизованих методів пошуку на основі діаграм EXIT, наприклад, протограф EXIT (P-EXIT). Загалом, хороший поріг конвергенції декодування може забезпечити хороші показники водоспаду, але не обов'язково низький рівень помилок [11]. Алгоритм PEG [6] також може бути використаний для проектування базової матриці. Таблиця коефіцієнтів циркуляції T_{cc} може бути розроблена як латинський квадрат. Крім того, алгебраїчні методи, узагальнені в роботі [6], та сімейство циклічних різниць також можуть бути використані для побудови T_{cc} .

Тут ми пропонуємо кілька методів побудови T_{cc} , дотримуючись [6]. Нехай F_q - скінченне поле з елементами q , де q – просте число чи степінь простого числа. Нехай α - первинний елемент F_q . Тоді потужності α , $\alpha^{-\infty} = 0$.

3.8 Побудова експонентної матриці для 5G LDPC-кодів

Структурна діаграма базової матриці стандартних 5G LDPC кодів приведена на рис. 3.3.

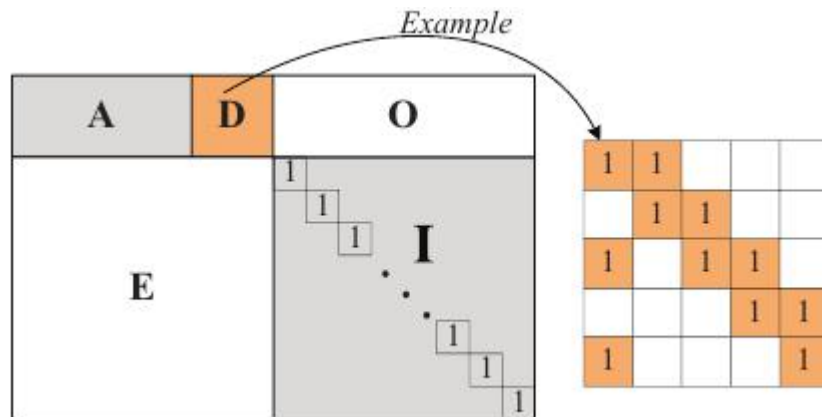


Рисунок 3.3 – Структурна діаграма базової матриці стандартних 5G LDPC кодів

Відповідно до рис. 3.3, експонентну матрицю стандартних 5G-кодів LDPC можна розділити на п'ять підматриць A_b , D_b , O_b , E_b та I_b . Виходячи з (3.5), можливі цикли можна класифікувати на наступні сім категорій:

- 1) цикли, генеровані лише з A_b ;
- 2) цикли, генеровані лише з D_b ;
- 3) цикли, генеровані лише з E_b ;
- 4) цикли, що генеруються між A_b і D_b ;
- 5) цикли, що генеруються між A_b і першими стовпцями $k_b E_b$;
- 6) цикли, що генеруються між D_b та останніми 4 стовпцями E_b ;
- 7) цикли, що генеруються між A_b , E_b та D_b .

З метою подальшого зменшення складності реалізації кодера для даної базової матриці ($B_{5G,1}$ або $B_{5G,2}$) для більшості матриць у Таблиці 3 використовується одна і та ж бідіагональна підматриця D_b . Наприклад, для $B_{5G,1}$, D_b фіксується як для 7 показникових матриць, крім P_7 .

$$D_b = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Насправді для цього потрібно лише, щоб верхній та останній елементи у⁵⁷ першому стовпці D_b були однаковими. Для зручності ми обмежимо цикловий аналіз випадком $B_{5G,1}$. Подібний аналіз можна зробити для $B_{5G,2}$. Тепер розглянемо четвертий тип циклів і припустимо, що такі цикли існують. Як показано на рис. 5 (а), ми узагальнюємо такі цикли наступним чином:

Цикли довжиною 4 існують, якщо:

$$\begin{cases} p_{i,j} - p_{i+1,j} = 0 \pmod{Z} \\ p_{i,j} - p_{1,j} - 1 = 0 \pmod{Z} \\ p_{0,j} - p_{3,j} = 0 \pmod{Z} \end{cases} \quad (3.11)$$

Тому, щоб уникнути таких циклів, на A_b слід накласти такі обмеження для стовпців:

- будь-які два невід'ємні елементи в одному стовпці різні;
- для $0 \leq j < k_b$, $p_{0,j} \neq p_{u,j+1}$.

Далі розглянемо шостий тип циклів, що генеруються між D_b і останніми 4 стовпцями E_b , і припустимо, що ці цикли існують.

Висновки до третього розділу

1. Квазіциклічні коди LDPC призначені для підтримки різних розмірів підйому та мають властивість сумісності за швидкістю, що може допомогти добре адаптувати різну довжину інформації та швидкість коду.

2. Для реалізації різної довжини інформації та адаптації швидкості⁵⁸ використовуються методи укорочення та виколування для 5G-кодів LDPC. Виколування застосовується як до бітів інформації, так і до бітів парності в кодовому слові. Укорочення виконується за допомогою нульових відступів для інформаційних бітів.

3. Експонентні матриці кодів QC-LDPC можуть підтримувати різні розміри підйому.

4 ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЗВ'ЯЗКУ З КОДАМИ LDPC

4.1 Канал зв'язку з кодами LDPC

Коди з малою щільністю перевірок на парність (LDPC-код) мають малу мінімальну відстань і забезпечують високу степінь виправлення помилок при достатньо малій складності декодування. З збільшенням довжини деякі LDPC-коди можуть перевершувати турбокоди і наближатися до пропускної спроможності каналу з адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ). Разом з тим багато запропонованих конструкції LDPC-кодів є циклічними або квазіциклічними, що дозволяє використовувати не тільки швидке декодування, але і ефективні процедури кодування. Крім того, навіть для LDPC-кодів, що не мають властивість циклічності, були запропоновані ефективні процедури кодування.

Поява нових ефективних алгоритмів декодування стимулювало і підвищення інтересу до методів побудови недвійкових LDPC-кодів. Спочатку побудова недвійкових LDPC кодів здійснювалося шляхом заміни ненульових елементів в перевіірочній матриці двійкових LDPC-кодів на випадкові елементи кінцевого поля. Пізніше Лін (Lin) запропонував методи алгебраїчної побудови квазіциклічних LDPC-кодів (QC NB-LDPC).

По-перше, LDPC-коди виконують більш швидке декодування, ніж турбокоди. По-друге, LDPC-коди є кращими в каналах з меншими ймовірностями помилок. З розвитком методів передачі інформації канали передачі поліпшуються, що дає перспективу для розвитку LDPC-кодів.

Ефективність кодів з малою щільністю перевірок на парність (low-density parity-check codes - LDPC) найбільш відчутна при збільшенні їх довжини, наприклад, від тисяч до сотень тисяч біт. LDPC-коди широко поширені в існуючих стандартах зв'язку, перспективних мережах мобільного зв'язку п'ятого покоління (5G) або оптичного дротового зв'язку.

Перевіірочна матриця LDPC-коду має властивість розрідженості, тобто містить малу кількість ненульових елементів. Коди з такою властивістю мають невелику

мінімальну відстань, можуть досягати високих рівнів завадозахищеності,⁶⁰ використовуючи ітеративні алгоритми декодування. такі алгоритми можуть використовуватися як в жорсткому, так і в напів безперервному каналах зв'язку (канал з АБГШ – з адитивним білим гаусовим шумом), а також для виправлення стирань. Один з найпоширеніших алгоритмів декодування для каналу з АБГШ був запропонований Р. Галлагером і називається алгоритмом поширення довіри (belief propagation - BP) [1, 2].

Ітеративні декодери для LDPC-кодів зазвичай описуються за допомогою графа Таннера, що є дводольним графом, заданим перевіркою матрицею коду як матрицею інцидентності (рис. 1). Граф Таннера складається з двох множин вершин, символічних і перевіркою. Алгоритми декодування описуються як обчислення повідомлень в вузлах графа і пересилання обчислених повідомлень по ребрах графа. На ймовірність помилки таких декодерів можуть впливати різні структури графа, такі як довжина мінімального циклу (обхват графа) [11], розподіл ваг ребер, що блокують і зупиняють множини. Найпростішим обмеженням, що накладається на структуру коду, є відсутність в графі Таннера циклів довжиною 4, тобто з урахуванням парності довжин циклів двудольного графа обхват графа має дорівнювати щонайменше 6. На сьогоднішній день відомо багато конструкцій LDPC-кодів. Для отримання ефективних кодів із заданими параметрами використовують комп'ютерне моделювання. Одним з найбільш загальних підходів, що склалися за останні роки, є використання перевіркою матриці, що складається з блоків матриць перестановки, і подальше її маскування нульовими блоками для варіювання вагових розподілів, циклових структур графа і т. п. [11, 17]. Це дозволяє будувати, як правило, квазіциклічні коди, для яких можливі ефективні процедури кодування та декодування.

У даній статті розглядаються блочноерестановочні конструкції LDPC-кодів, що мають додаткову властивість - циклічною структурою макроблоків перевіркою матриці. На основі цієї структури розглядається спрощення архітектури частково паралельного декодера для алгоритму L-BP. Структура моделі з кодами LDPC приведена на рис. 4.1.

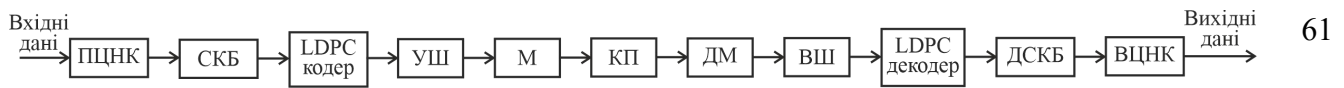


Рисунок 4.1 – Структура моделі з кодами LDPC

(ПЦНК - прикріплення циклічного надлишкового коду; СКБ – сегментація кодового блоку; УШ – узгодження швидкості; М – модулятор; КП – канал передачі з адитивним білим гаусовим шумом; ДМ – демодулятор; ВШ – відновлення швидкості; ДСКБ – десеґментація кодового блоку; ВЦНК – вилучення циклічного надлишкового коду)

Схеми модуляції в NR включають QPSK, QAM з кодом Грея. Канали даних використовують коди перевірки парності з низькою щільністю (LDPC).

Обробка прийнятого сигналу з використанням декодування LDPC

Обробка на стороні прийому для каналу DL-SCH містить відповідні зворотні операції, що виконувалися на стороні передачі:

- відновлення швидкості;
- декодування LDPC;
- десеґментація кодового блоку і декодування CRC;
- декодування транспортного блоку CRC.

Розглянемо основні технології та поняття, пов'язані з рішенням зазначеної задачі на мережах 4G-LTE і 5G.

Схема з прямою корекцією помилок - FEC (Forward Error Correction).

Подібні системи характеризуються швидкістю кодування, що представляє собою відношення довжини корисного блоку даних до довжини кодового слова. Недоліком є втрата функціональності при перевищенні кількості помилок виправлючої здатності коду.

4.2 Вирівнювання швидкості

Вирівнювання швидкості (Rate matching) являє собою функціональний⁶² модуль, що доповнює технологію прямої корекції помилок. Даний модуль видаляє (виколоє) частину бітів

Зазвичай схема ARQ використовує метод вибіркової ретрансляції, в якому приймач очікує отримання кількох блоків даних до їх підтвердження. Цей метод з одного боку дозволяє передавачу продовжувати відправляти пакети, не чекаючи їх підтвердження, а з іншого боку вносить істотну затримку у випадку потреби повторної передачі. Отже, схема ARQ підходить тільки для потоків даних не реального часу, таких як веб-сторінки і електронні листи. Крім затримки, недоліком схеми ARQ є додаткове навантаження на канал зв'язку, оскільки навіть одинична помилка вимагає повторної передачі всього пакету даних.

Гібридна схема з автоматичним запитом повторної передачі - HARQ (Hybrid ARQ) приведена на рис. 4.2.

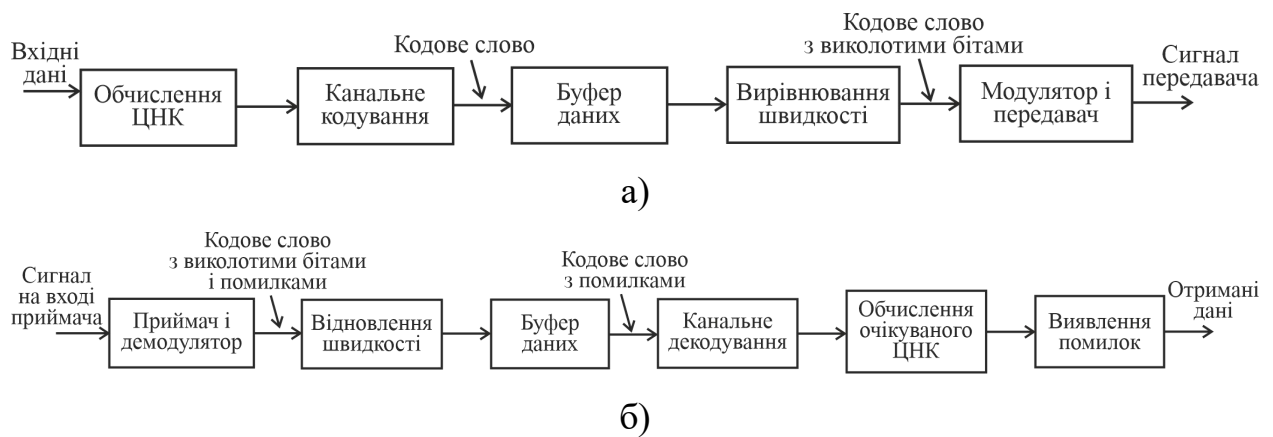


Рисунок 4.2 – Структурна схема гібридної схеми HARQ:

а) передавач; б) приймач

Схеми HARQ можуть бути синхронними і асинхронними. У синхронному режимі повторна передача блоків даних здійснюється в строго визначені інтервали часу. При цьому не потрібна передача номера HARQ процесу і номера версії надлишковості (RV), що знижує частку сигнального трафіку. Для кожного суб-

фрейму виділяється ресурс для передачі тільки одному визначеному HARQ⁶³ процесу з визначеним RV.

В асинхронному режимі передача даних HARQ процесами може здійснюватися в будь-який час, що дає можливість планувальнику базової станції більш гнучко розподіляти ресурси мережі. Плата за цю гнучкість - збільшення накладних витрат на передачу сигнальної інформації (номер HARQ процесу, а також номер RV включаються в блок керуючої інформації - DCI, що передається по каналу PDCCH). На висхідних лініях використовується синхронний режим HARQ, на низхідних - асинхронний.

Також алгоритми HARQ можуть функціонувати в адаптивному і неадаптивному режимах. В адаптивному режимі при повторній передачі пакетів допускається зміна таких параметрів як швидкість кодування, номер і кількість виділених ресурсних блоків, схема модуляції. За аналогією з асинхронною передачею адаптивний режим підвищує гнучкість розподілу ресурсів мережі, надає механізми для збільшення надійності прийому даних (наприклад, за рахунок зниження індексу модуляції), але при цьому збільшує частку сигнального трафіку на каналі PDCCH.

4.3 Принципи роботи гібридної схеми з автоматичним запитом повторної передачі

Розглянемо три можливих варіанти реалізації схеми HARQ:

Simple HARQ або HARQ першого типу є найпростішою реалізацією алгоритму. При отриманні пакету, що містить помилки, приймач відкидає отриманий пакет і запитує його повторну передачу.

Але ж відкинута пакет міг містити інформацію, яка може допомогти при декодуванні повторно переданого пакета. Саме на використанні раніше отриманих даних і заснована техніка м'якого комбінування (soft combining), яка лежить в основі двох інших реалізацій HARQ. В цьому випадку пакети, що містять помилково декодовані біти не відкидаються, а зберігаються в буфері. При цьому повторна

передача для будь-якої реалізації HARQ завжди містить одні й ті ж інформаційні⁶⁴ біти, а контрольні біти (біти контролю парності) можуть відрізнятися.

Chase combining HARQ або HARQ другого типу. При отриманні пакету, що містить помилки, які були виправлені декодером каналу, приймач зберігає цей пакет в буфері прийому (а не відкидає як у випадку з Simple HARQ) і запитує його повторну передачу. Передавач передає один і той же пакет даних, що містить кодове слово, сформоване з незмінних інформаційних бітів і з застосуванням незмінного шаблону видалення (або виключення) бітів блоком вирівнювання швидкості (rate matching). Приймальна сторона на основі всіх отриманих копій пакета і з використанням техніки комбінування за максимальною відповідністю (MRC - Maximum Ratio Combining) формує комбінований пакет, який надходить на вхід декодера каналу. Даний алгоритм еквівалентний збільшенню співвідношення сигнал / шум.

Incremental redundancy HARQ або HARQ третього типу. При отриманні пакету, що містить помилки, зберігає його в буфері.

4.4 Особливості реалізації корекції помилок у мережах 5G

Функції корекції помилок в мережах 5G реалізуються на 3-х рівнях - фізичному рівні, рівні MAC і рівні RLC. На фізичному рівні забезпечується реалізація циклічного надлишкового коду.

Вирівнювання швидкості є частиною схеми Incremental redundancy HARQ. Даний блок зберігає бітову послідовність з виходу кодера каналу в кільцевому буфері і надалі для первинної та подальших повторних передач вибирає біти даних з даного буфера, починаючи зі стартової позиції, яка визначається значенням Redundancy version (RV).

На MAC рівні забезпечується виконання HARQ операцій, включаючи:

- первинну і повторну передачу транспортних блоків (TB),
- обробку "етикеток" ACK / NACK, що підтверджують отримання контрагентом переданих пакетів даних (TB),

- отримання від контрагента пакетів даних (ТВ) і генерацію "етикеток" АСК /65 NACK.

Для того, щоб забезпечити безперервний процес передачі на MAC рівні організовуються до 8-ми асинхронних адаптивних процесів Stop-And-Wait (SAW) в низхідному каналі (Downlink) і 8 синхронних адаптивних (або неадаптивних) процесів в висхідному каналі (Uplink). Кожен SAW-процес після передачі чергового транспортного блоку зупиняє подальшу передачу і очікує підтвердження від приймача. При отриманні негативної відповіді або закінчення часу очікування відбувається повторна передача.

RLC об'єкти, що реалізують завдання RLC-рівня, функціонують в одному з трьох режимів передачі:

- прозорий (transparent mode, TM),
- передача без підтвердження (unacknowledged mode, UM),
- передача з підтвердженням (acknowledged mode, AM).

У режимі TM на RLC рівні з пакетами даних не відбуваються ніякі дії, і навіть не додаються заголовки. У цьому режимі передаються ширококомовні повідомлення, повідомлення пейджинга і ряд інших пакетів, що переносять сигнальний RRC трафік. Об'єкти TM-RLC забезпечують передачу даних тільки в одному напрямку, і налаштовуються або як передаючі вузли, або як прийомні. Ніякі функції корекції помилок в режимі TM не виконуються.

Режим UM використовується для передачі даних, які чутливі до затримок, але дапускають помилки, (наприклад, пакети мовного трафіку VoLTE). Крім того, з використанням UM режиму передаються дані сервісів MBMS (Multimedia Broadcast / Multicast Service), через відсутність каналу зворотного зв'язку. За аналогією з TM об'єкти UM-RLC забезпечують передачу даних і не виконують функцій по корекції помилок.

На відміну від двох попередніх режимів, об'єкт AM-RLC є двобічним і може як приймати, так і відправляти дані. Саме в режимі AM реалізується найбільш важлива функціональність RLC рівня - повторна передача за допомогою схеми ARQ (Automatic Repeat reQuest). Тому режим AM використовується для передачі трафіку додатків, що не пред'являють жорстких вимог до затримки (web browsing,

електронна пошта, завантаження файлів і ін.), А також для передачі частини⁶⁶ сигнальних RRC повідомлень. Об'єкт AM-RLC приймального боку запитує повторну передачу:

- Отриманий і зібраний блок RLC-SDU з номером SN, що лежить за межами вікна прийому (AM_Window_Size). Вікно прийому відраховується від останнього повністю прийнятого блоку і має довжину 2048 (для 12-ти бітних SN) і 131072 (для 18-ти бітних).

- Отримано сегмент RLC-PDU, що містить тільки прийняті раніше байти блоку RLC-PDU.

- Закінчився таймер t-Reassembly, що визначає граничний час складання блоку RLC-SDU з окремих сегментів.

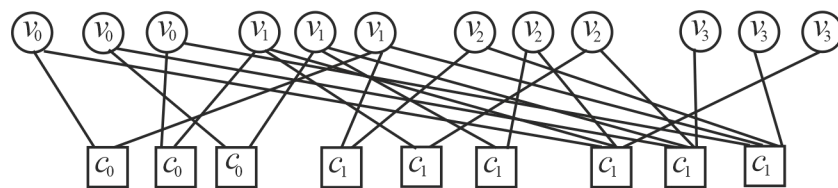


Рис. 4.5 – Граф Танера LDPC коду

Розглянемо алгоритм перестановки вершин який ґрунтується на використанні квадратних матриць π_{ij}^k розміром $[q, q]$, де i і j - номери перевірочних і символних вершин відповідно, а k - коефіцієнт кратності. Матриця перестановок π_{ij}^k вироджується в одиничну діагональну матрицю.

$$\pi_{11}^1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Цикл довжиною g утворюється, якщо виконується рівність виду:

$$\left(\sum_{k=0}^{g/2-1} \Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) \right) \text{mod}(q) = 0,$$

де $\Delta_{i_k, i_{k+1}}(j_k) = (c_{i_k, j} - c_{i_{k+1}, j}) \text{mod}(q)$, $c_{i, j}$ - величина зсуву головної діагоналі перевіркової матриці.

Такі матриці можуть бути представлені дводольним графом Таннера: $G_r = (V, E)$, де $V = \{u, v : u \text{ - вершини-символи, } v \text{ - вершини-перевірки}\}$ - множина вершин, E - множина ребер. З урахуванням LLR каналу u_0 :

$$v = u_0 + \sum_{i \in e} u_i,$$

Повідомлення u , LLR вершини-перевірки v_i отриманих за всіма, ребрами, що входять $e \in E$:

$$\text{tgh}\left(\frac{u}{2}\right) = \prod_i \text{tgh}\left(\frac{v_i}{2}\right)$$

Використання циклів в розширеному графі, для різних значень для c_{ij} дозволяє збільшити довжину циклу в розширеному графі (рис. 4.5).

На рис. 4.6 представлена ілюстрація процесу кодування кодів LDPC.



Рисунок 4.6 – Схема кодів QC-LDPC.

Кодування в LDPC здійснюється шляхом множення кодових слів c на перевірочну матрицю \mathbf{H} і отримання векторів u . При реалізації кодера в ньому може зберігатися сама перевірочна матриця \mathbf{H} (наприклад, для коротких кодів), однак

частіше зустрічаються інші апаратні реалізації. Найбільший інтерес для дослідників представляє процедура декодування, з огляду на те що вона вимагає більше часу і ресурсів апаратного забезпечення.

Декодування - це процедура пошуку і виправлення помилок, накладених каналом на кодове слово, за прийнятим з каналу вектором або пошук кодового слова за вектором, що прийнятий з каналу.

Декодування за максимумом правдоподібності коду C означає знаходження за заданим вектором u такого кодового слова c з C (множина всіх кодових слів), яке максимізує ймовірність того, що передавалося слово c за умови прийняття вектора u .

Для оцінки якості роботи різних декодерів використовується оцінка ймовірності помилки декодування (BER) на інформаційний біт, що обчислюється як відношення кількості помилкових інформаційних біт після декодування до загальної кількості переданих інформаційних біт. Ітеративні схеми декодування кодів з низькою щільністю перевірок на парність не є декодерами за максимумом правдоподібності, але дозволяють отримати розумний баланс по складності і ймовірності помилки декодування в порівнянні з декодуванням за максимумом правдоподібності. Ітеративне декодування має на увазі, що перебування кодового слова буде проводитися не за один прохід, а за кілька, з послідовним уточненням результату на кожному кроці. Застосовуються наступні основні схеми декодування.

Жорстке декодування - це схема декодування для двійкового симетричного каналу при невеликій кількості помилок в каналі. «Жорстке» декодування інвертуванням бітів - найпростіша схема декодування кодів з низькою щільністю перевірок на парність.

Під перевіркою розуміється будь-який рядок $\mathbf{h} = \{h_0, \dots, h_{N-1}\}$ з перевіркою матриці коду з низькою щільністю перевірок на парність. Будемо говорити, що перевірка для деякого вектора $\mathbf{u} = \{u_0, \dots, u_{N-1}\}$ виконується тоді, коли скалярний добуток вектора \mathbf{u} на перевірку дає нуль. Будемо говорити, що елемент u_i прийнятого вектора \mathbf{u} бере участь в перевірці $\mathbf{h} = \{h_0, \dots, h_{N-1}\}$ тоді, коли елемент перевірки h_i не дорівнює нулю.

Одна ітерація «жорсткого» декодування інвертуванням бітів проводиться таким чином.

1. Для прийнятого вектора обчислюються всі перевірки.
2. Якщо деякий біт прийнятого вектора брав участь більш ніж в половині нездійснених перевірок, біт інвертується.
3. Після такого аналізу всіх символів прийнятого вектора вектор перевіряється на приналежність коду. Якщо вектор є кодовим словом, декодування закінчується, в іншому випадку виконується наступна ітерація алгоритму.

Така процедура декодування може бути застосована для кодів з низькою щільністю перевірок на парність тому, що більшість перевірок в такому випадку будуть містити одну помилку або не міститимуть помилок взагалі і тоді невиконання великої кількості перевірок для символу прийнятого слова означатиме наявність в ньому помилки.

Складність однієї ітерації «жорсткого» декодування інвертуванням бітів є лінійною, кількість ітерацій декодування зазвичай вибирається близько $\log_2(N)$, де N – довжина кодового слова.

Декодування за імовірностями є «м'яким» декодуванням, тобто декодуванням на основі вектора, що складається не з дискретних значень (0 і 1), а з дійсних величин, отриманих на виході каналу шляхом перерахунку ймовірностей (belief propagation decoding).

На основі прийнятого з каналу вектора формуються два (для двійкового випадку) вектора ймовірностей того, що в прийнятому векторі на даній позиції перебував заданий символ.

Кожному ненульовому елементу перевіркової матриці коду з низькою щільністю перевірок на парність приписуються дві величини: $q_{i,j}^x$ і $r_{i,j}^x$. величина $q_{i,j}^x$ є ймовірністю того, що j -й символ прийнятого вектора має значення x за інформацією, отриманою з усіх перевірок, крім i -й. величина $r_{i,j}^x$ є ймовірністю того, що перевірка i виконується, якщо j -й символ прийнятого вектора дорівнює x , а всі інші символи перевірок мають розподіл ймовірностей, заданий величинами $\{q_{i,j}^x : j \in N(i)\}$, де $N(i)$ - множина символів, що входять в i -у перевірку.

Перед початком роботи алгоритму потрібна ініціалізація, далі алгоритм працює за принципом перерахунку ймовірностей символів прийнятого вектора

(belief propagation), використовуючи для перерахунку ймовірностей правило⁷⁰ Байеса для апостеріорної ймовірності події. Одна ітерація алгоритму представляє собою таку послідовність дій.

1. Для всіх перевірок обчислюються величини $\Delta r_{i,j}$ і перераховуються ймовірності $r_{i,j}^x$ для $x = \{0, 1\}$.

2. Для символів прийнятого вектора перераховуються ймовірності $q_{i,j}^x$.

3. Формуються вектори псевдоапостеріорної ймовірності q_j^0 і q_j^1 .

4. Формується вектор рішення \mathbf{c}' за правилом: $c_j' = 1$, якщо $q_j^1 > S$.

Якщо вектор \mathbf{c}' є кодовим словом, декодування закінчується, в іншому випадку виконується наступна ітерація алгоритму.

Складність даного алгоритму вище, ніж складність «жорсткого» декодування інвертуванням бітів, але якість декодування підвищується за рахунок використання додаткової інформації на виході каналу. Однак, точність роботи такого алгоритму залежить від ініціалізації: чим точніше вона зроблена, тим точніше буде кінцевий результат. Для каналу з гаусовим шумом ініціалізація може бути проведена за допомогою інформації про дисперсію шуму в каналі. Для інших розподілів шуму в каналі або при невідомих характеристиках шуму точна ініціалізація алгоритму може виявитися складним завданням.

Незважаючи на те що декодування перерахунком ймовірностей є ефективним методом для каналів з безперервним виходом, той факт, що складність його значно вище, ніж складність «жорсткого» декодування, створює передумови для пошуку більш швидких алгоритмів декодування, що мають прийнятну якість.

Серед відомих алгоритмів декодування кодів LDPC для каналів з безперервним виходом найбільш відомий алгоритм «min-sum», який є спрощенням декодера «belief propagation», а також алгоритм UMP (Uniformly Most Powerful).

Складність декодера UMP (швидкого декодування за надійністю) значно нижче, ніж складність декодера, який перераховує ймовірності за рахунок того, що перерахунок надійності виконується за спрощеною схемою (схемою «зваженого» мажоритарного голосування, в якості «вагового коефіцієнта» використовується

надійність перевірок), а також за рахунок можливості використання виключно⁷¹ цілочисельних операцій додавання і складання за модулем два. Також до переваг швидкого декодера за надійністю можна віднести те, що декодеру не потрібно знати характеристики шуму в каналі (дисперсію, тощо), отже, такий декодер може працювати в будь-якому симетричному каналі з двійковим входом.

Недоліком швидкого декодера за надійністю є оцінка ймовірності помилки декодування, яка для каналу з адитивним гаусовим шумом виявляється на 0,5 дБ гірше, ніж ймовірність помилки декодування імовірнісного декодера.

Основна ідея багатопорогового декодування за надійністю полягає в тому, щоб змінювати значення порогів інвертування символів від однієї ітерації до іншої наступним чином: на перших ітераціях поріг інвертування символів вибирається так, щоб кількість інвертованих символів було мінімальним (аж до інвертування тільки одного символу на першій ітерації); на наступних ітераціях пороги інвертування поступово підвищуються.

При багатопороговому декодуванні, якщо на першій ітерації була виправлена хоча б одна помилка, декодування на наступних ітераціях стає значно простіше і загальна якість декодування поліпшується. Як і раніше для роботи декодера не потрібна інформація про шум в каналі, достатньо лише задати надійності.

Декодер, який працює за багатопороговою схемою дозволяє отримати ймовірність помилки декодування на 0,1-0,4 дБ краще, ніж забезпечує швидкий декодер за надійністю UMP, практично наближаючись до ймовірності помилки, одержуваної при імовірнісному декодуванні кодів з низькою щільністю перевірок на парність. Крім незалежності від характеристик каналу багатопороговий декодер має властивість декодерів кодів з низькою щільністю перевірок на парність, а саме універсальністю і можливістю застосування до будь-якої конструкції таких кодів.

Слід зазначити, що ефективність нерегулярних LDPC-кодів буде вищою ефективності регулярних кодів. це пояснюється тим, що в нерегулярних кодах через різну кількість одиниць в рядках і стовпцях, інформаційні символи захищені по-різному. В результаті при декодуванні проявляється так званий ефект хвилі, коли більш захищені біти декодуються швидше і потім як би допомагають при декодуванні менш захищених бітів.

4.5 Коефіцієнт бітової помилки коду LDPC

Досліджено чотири алгоритми декодування LDPC.

Згідно з алгоритмом поширення переконань (Belief propagation), для переданого кодованого слова $c = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$,

$$L(c_i) = \log \left(\frac{P(c_i | u = 1)}{P(c_i | u = 0)} \right),$$

де $P(c_i | u = 1)$ - умовна імовірність приймання c_i , якщо була передана логічна одиниця; $P(c_i | u = 0)$ - умовна імовірність приймання c_i , якщо був переданий логічний ноль.

Компоненти алгоритму працюють за виразами:

$$L(r_{ji}) = 2 \operatorname{arctgh} \left(\prod_{i \in V_j \setminus i} \operatorname{tgh} \left(\frac{1}{2} L(q_{ij}) \right) \right),$$

$$L(q_{ij}) = L(c_i) + \sum_{j \in C_i \setminus j} L(r_{ji}),$$

$$L(Q_i) = L(c_i) + \sum_{j \in C_i} L(r_{ji})$$

В кінці кожної ітерації $L(Q_i)$ є оновленою оцінкою значення LLR для переданого біта c_i . Значення $L(Q_i)$ є виходом м'якого рішення для c_i . Якщо $L(Q_i) < 0$, вихід жорсткого рішення для c_i дорівнює 1. В іншому випадку вихід

дорівнює 0. Набори індексів $C_i \setminus j$ і $V_j \setminus i$ засновані на матриці контролю парності⁷³ (МКП). Набори індексів C_i і V_j відповідають всім ненульовим елементам в стовпці i і рядку j МКП відповідно.

Для кожного рядка m в шарі i кожного бітового індексу j реалізація оновлює ключові компоненти алгоритму на основі цих рівнянь:

$$L(q_{mj}) = L(q_j) - R_{mj} \quad (4.8)$$

$$A_{mj} = \sum_{n \in N(m)} \psi(L(q_m)), \quad (4.9)$$

$$s_{mj} = \prod_{n \in N(m)} \text{sign}(L(q_{mn})), \quad (4.10)$$

$$R_{mj} = -s_{mj} \cdot \psi(A_{mj}) \quad (4.11)$$

$$L(q_j) = L(q_{mj}) + R_{mj} \quad (4.12)$$

Структурна схема декодера LDPC коду приведена на рис. 4.7.

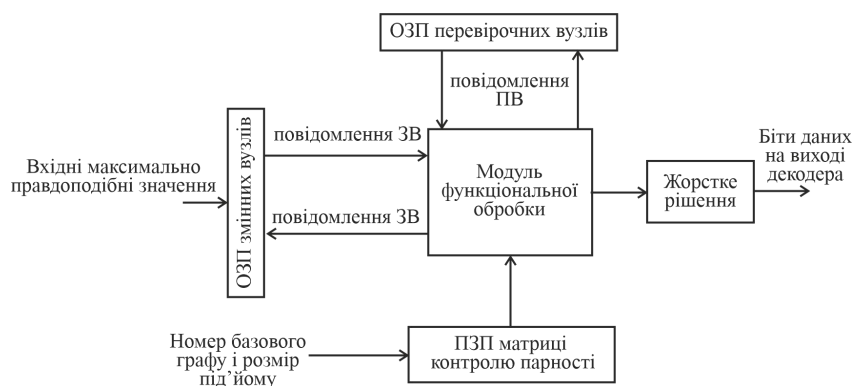


Рисунок 4.7 – Структурна схема декодера LDPC коду
(ПВ – перевірочні вузли; ЗВ – змінні вузли)

Нормалізований алгоритм декодування мінімальної суми виходить з багаторівневого алгоритму поширення переконань із заміною рівняння (4.9) на рівняння:

$$A_{mj} = \min_{n \in N(m)} (|L(q_m)| \cdot \alpha),$$

де α є коефіцієнтом масштабування, заданим ScalingFactor.

Реалізація алгоритму декодування мінімальної суми з зміщенням (Offset min-sum). виходить з багаторівневого алгоритму поширення переконань із заміною рівняння (4.9) на рівняння:

$$A_{mj} = \max \left(\min_{n \in N(m)} (|L(q_{mn})| - \beta), 0 \right),$$

де $\beta \geq 0$ визначає зміщення.

Коефіцієнт бітових помилок приведений на рис. 4.8.

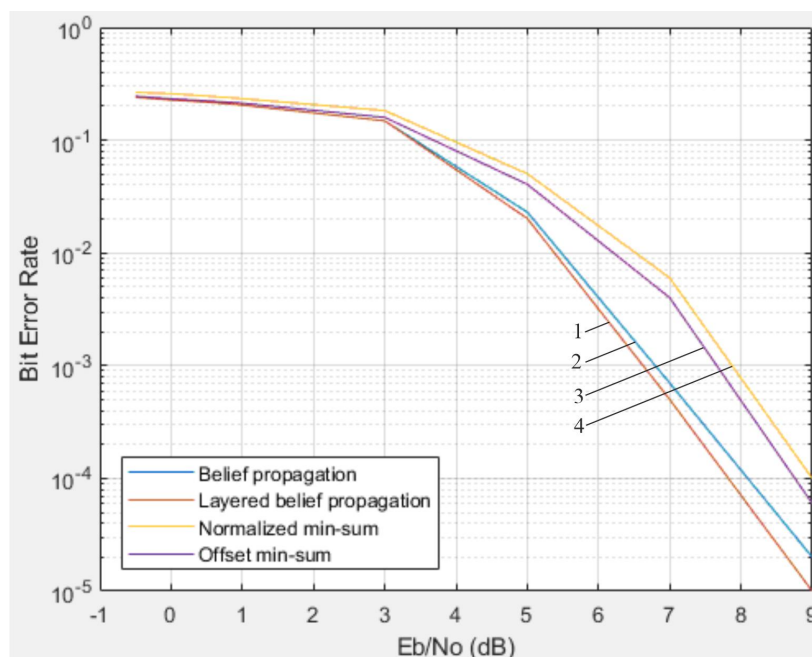


Рисунок 4.8. Коефіцієнт бітових помилок різних алгоритмів роботи декодера (1 - Belief propagation; 2 –Layered belief propagation; 3 –Normalized min-sum; 4 –Offset min-sum)

4.6 Енергетична ефективність LDPC кодів

Залежність кількості бітових помилок коду LDPC з різними модуляціями приведена на рис. 4.9.

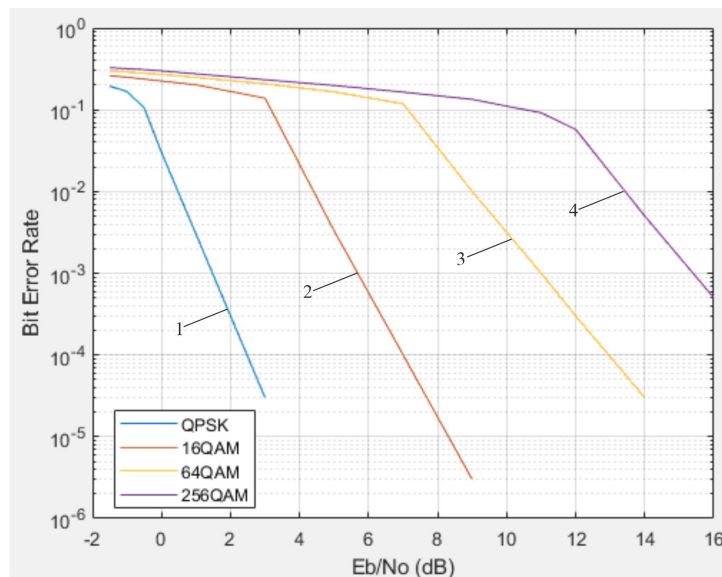


Рисунок 4.9 – Кількості бітових помилок LDPC коду з різними модуляціями (1 – QPSK; 2 –16QAM; 3 –64QAM; 4 –256QAM)

Дослідження енергетичної ефективності модуляції QPSK з різними версіями надмірності. Кількість бітових помилок LDPC коду (R=0,44 і R=0,25) з різними версіями надмірності і для QPSK приведені на рис. 4.10 і рис. 4.11.

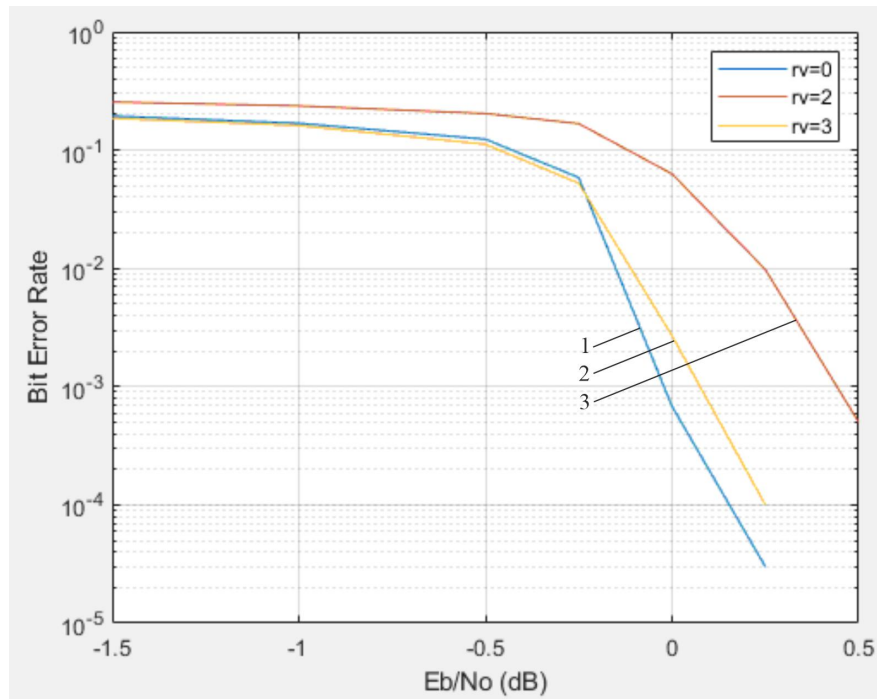


Рисунок 4.10 – Кількість бітових помилок LDPC коду ($R=0,44$) з різними версіями надмірності для QPSK (1 – $RV=0$; 2 – $RV=3$; 3 – $RV=2$)

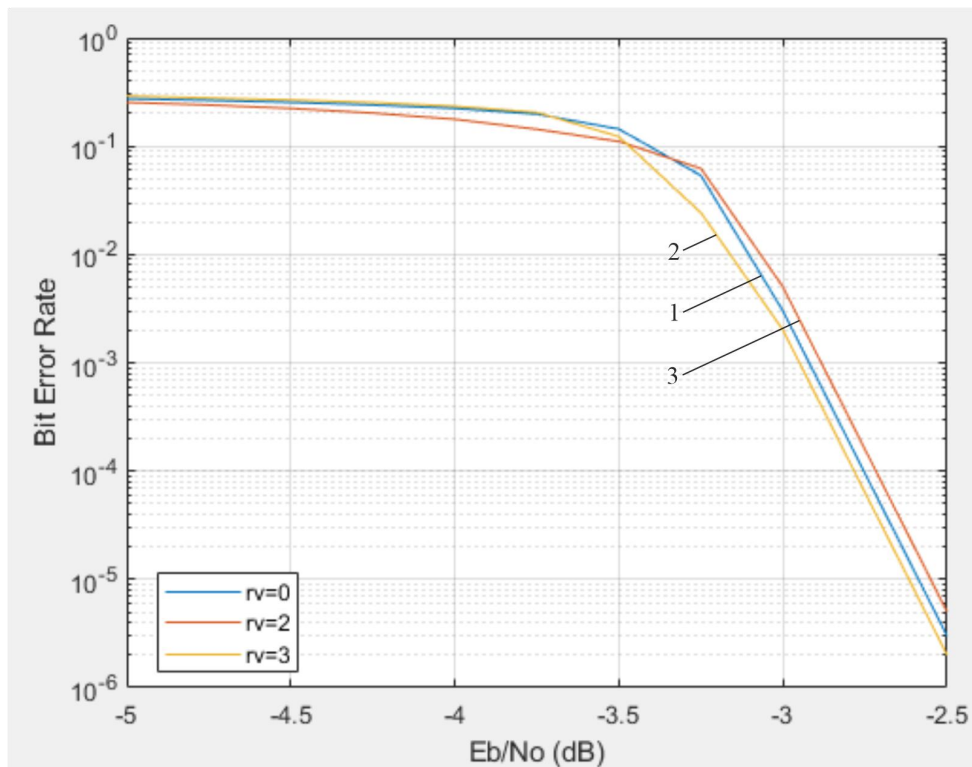


Рисунок 4.11 –Кількість бітових помилок LDPC коду ($R=0,25$) з різними версіями 77 надмірності для QPSK (1 – $RV=0$; 2 – $RV=3$; 3 – $RV=2$)

Кількість бітових помилок LDPC коду різної швидкості і QPSK зображена на рис. 4.12 і рис. 4.13.

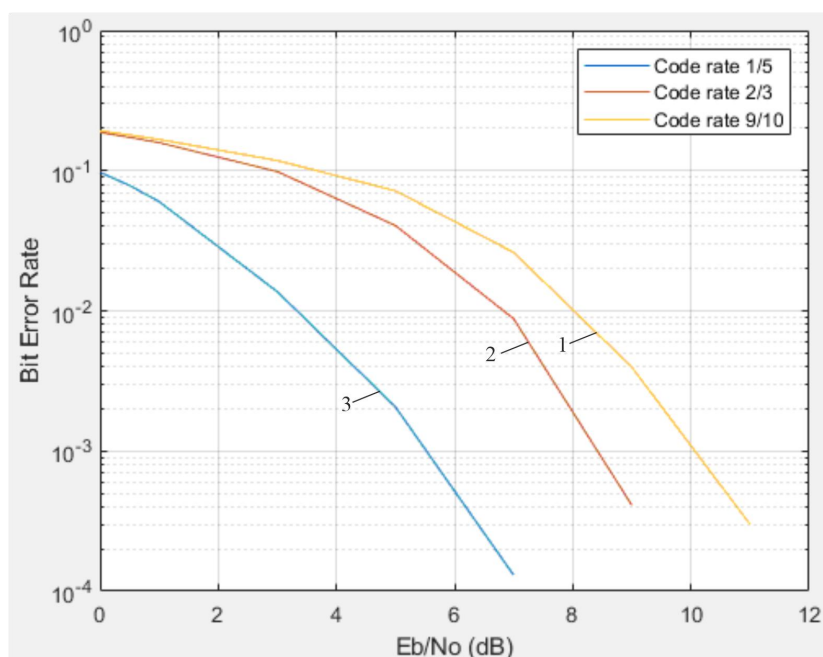


Рисунок 4.12 –Кількість бітових помилок LDPC коду різної швидкості для QPSK (1 – $R=9/10$; 2 – $R=2/3$; 3 – $R=1/5$)

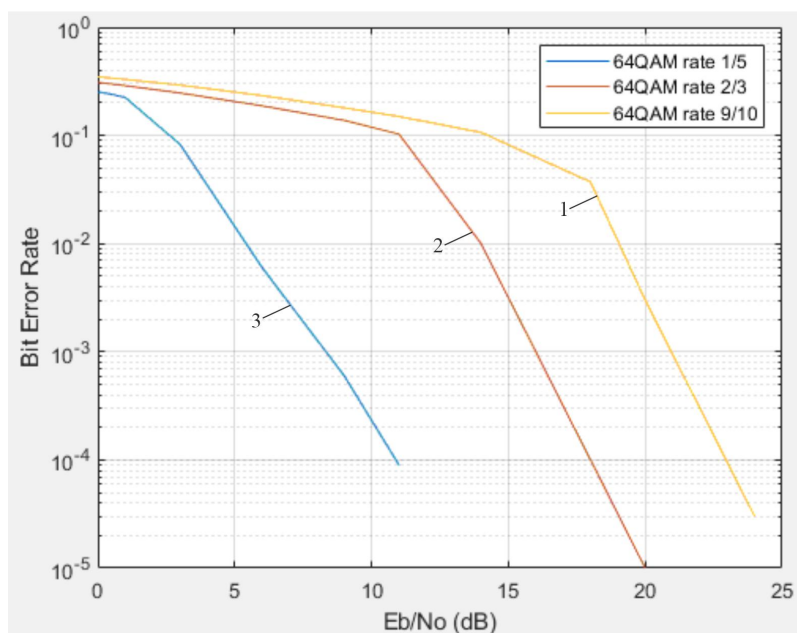


Рисунок 4.13 –Кількість бітових помилок LDPC коду різної швидкості для 64QAM (1 – R=9/10; 2 – R=2/3; 3 – R=1/5)

Кількість бітових помилок LDPC коду і довжиною транспортного блоку, що змінюється для QPSK приведена на рис. 4.14

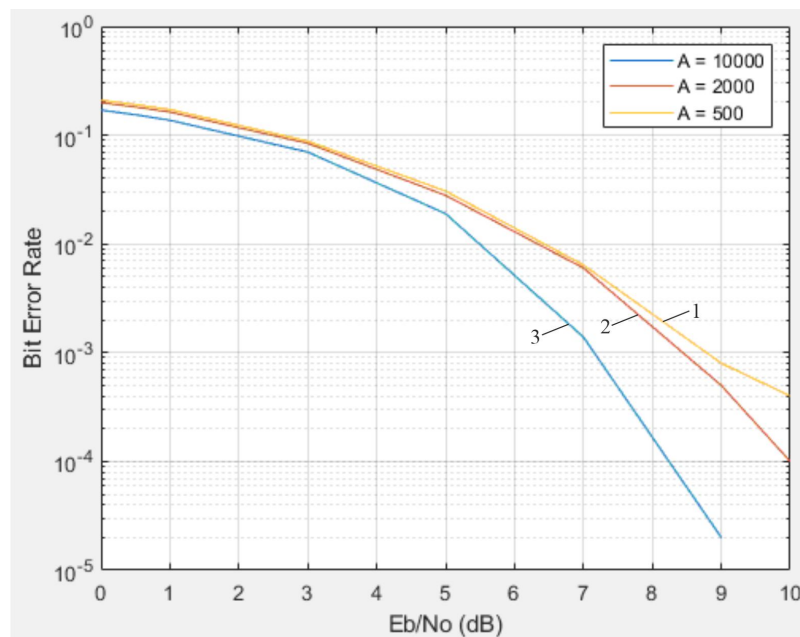


Рисунок 4.14. Кількість бітових помилок LDPC коду різної довжини транспортного блоку і QPSK (1 – A=500; 2 – A=2000; 3 – A=10000)

при збільшенні довжини транспортного блоку енергетична ефективність системи збільшується. Якщо довжину транспортного блоку збільшити від A=2000 до A=10000, енергетична ефективність системи підвищиться на 1,5 дБ.

Висновки до четвертого розділу

1. Коефіцієнт бітових помилок LDPC коду з алгоритмом декодера Layered Belief Propagation і модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum за енергетичним

критерієм. Найменшу енергетичну ефективність має алгоритм Normalized min-sum.⁷⁹

2. Кількість бітових помилок LDPC коду з різними модуляціями. Найкращу ефективність має QPSK. 16QAM на 6 дБ ефективніша 64QAM.

3. Енергетична ефективність QPSK при зміні версії надмірності (RV). Кращим є використання версії надмірності $RV=0$ і $RV=3$. Збільшення швидкості коду LDPC від $R=0,25$ до $R=0,44$ потребує збільшення потужності передавача на 2,5 дБ.

4. З зменшенням швидкості коду LDPC системи зв'язку QPSK, тим вище енергетична ефективність. Для QPSK від швидкості коду $1/5$ до швидкості коду $9/10$ необхідно збільшити потужності на 4 дБ. При переході від QPSK до 64QAM з швидкістю коду $2/3$ потрібно збільшити потужність на 10 дБ. Для 64QAM перехід від швидкості коду $1/5$ до швидкості коду $9/10$ необхідно збільшити потужності на 11 дБ.

5. Енергетична ефективність системи збільшується при збільшенні довжини блоку даних. Якщо збільшити довжину блоку даних від $A=2000$ до $A=10000$ ефективність збільшиться на 1,5 дБ.

ВИСНОВКИ

1. У роботі проведено дослідження енергетичної ефективності каналного кодування даних кодами LDPC для систем зв'язку 5G.

2. Коефіцієнт бітових помилок LDPC коду з алгоритмом декодера Layered Belief Propagation і модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum за енергетичним критерієм. Найменшу енергетичну ефективність має алгоритм Normalized min-sum.

2. Досліджена залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції. Найкращу енергетичну ефективність має модуляція QPSK. Модуляція 16QAM на 6 дБ енергетично ефективніша модуляції 64QAM.

3. Досліджена енергетична ефективність модуляції QPSK з різними версіями надмірності (RV). Енергетично виграшним є використання версії надмірності $RV=0$ і

$RV=3$. Збільшення швидкості LDPC коду з $R=0,25$ до $R=0,44$ потребує збільшення⁸⁰ потужності передавача на 2,5 дБ.

4. З зменшенням швидкості коду LDPC системи зв'язку QPSK, тим вище енергетична ефективність. Для QPSK від швидкості коду $1/5$ до швидкості коду $9/10$ необхідно збільшити потужності на 4 дБ. При переході від QPSK до 64QAM з швидкістю коду $2/3$ потрібно збільшити потужність на 10 дБ. Для 64QAM перехід від швидкості коду $1/5$ до швидкості коду $9/10$ необхідно збільшити потужності на 11 дБ.

5. Енергетична ефективність системи збільшується при збільшенні довжини блоку даних. Якщо збільшити довжину блоку даних від $A=2000$ до $A=10000$ ефективність збільшиться на 1,5 дБ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; изд. 2-е, испр.; пер. с англ. Москва: Вильямс, 2003. 1104 с.
2. Прокис Д. Цифровая связь /Д. Прокис; под ред. Д.Д. Кловского. Москва: Радио и связь, 2000. 800 с.
3. Морелос-Сарагосса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. М.: Техносфера, 2005 – 320 с.
4. H. Li, B. Bai, X. Mu, J. Zhang and H. Xu, "Algebra-Assisted Construction of Quasi-Cyclic LDPC Codes for 5G New Radio," in IEEE Access, vol. 6, pp. 50229-50244, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2868963.
5. J. Bae, A. Abotabl, H. Lin, K. Song, and J. Lee, "An overview of channel coding for 5G NR cellular communications," APSIPA Trans. on Signal and Inform. Proces., 8, E17, June 2019. <https://doi.org/10.1017/ATSIP.2019.10>.
6. T.T.B. Nguyen, Tan, T. Nguyen and H. Lee, "Efficient QC-LDPC Encoder for 5G New Radio," Electronics, 8, 668, June 2019. <https://doi.org/10.3390/electronics8060668>.
7. J. Boiko, I. Kovtun and S. Petrashchuk, "Productivity of telecommunication systems with modified signal-code constructions," 2017 IEEE 4th Inter. Scientific-Practical Conf. Problems of Infocom. Science and Technology (PIC S&T), Kharkov, 2017, pp. 173-178, <https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2017.8246374>.
8. J. Boiko, I. Pyatin, O. Eromenko and M. Stepanov, "Method of the adaptive decoding of self-orthogonal codes in telecommunication," Indones. Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol. 19, no. 3, pp. 1287-1296, Sept. 2020, <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v19.i3.pp1287-1296>.
9. Y. Fang, G. Bi, Y. L. Guan and F. C. M. Lau, "A Survey on Protograph LDPC Codes and Their Applications," in IEEE Commun. Surveys & Tutorials, vol. 17, no. 4, pp. 1989-2016, Fourthquarter 2015, <https://doi.org/10.1109/COMST.2015.2436705>.
10. J. Boiko, O. Eromenko, "Signal Processing in Telecommunications with Forward Correction of Errors," Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science,

vol.11, no. 3, pp. 868-877, Sept. 2018 DOI: <http://doi.org/10.11591/ijeecs.v11.i3.pp868-82877>.

11. Бойко Ю. М. Теоретичні аспекти підвищення завадостійкості й ефективності обробки сигналів в радіотехнічних пристроях та засобах телекомунікаційних систем за наявності завад: монографія / Ю. М. Бойко, В. А. Дружинін, С. В. Толюпа. - Київ : Логос, 2018. - 227 с.

12. Бойко Ю. М. Дослідження ефективності алгоритмів канального кодування в захищених телекомунікаційних системах передавання інформації /Ю. М. Бойко, Д. А. Макаришкін, О. І. Пасічник // Зв'язок: загальногалуз. наук.-вироб. журн. – Київ, 2016. – № 5. – С. 56-67.

13. A. D. Liveris, Z. Xiong and C. N. Georghiades "Compression of binary sources with side information at the decoder using LDPC codes," IEEE communications letters, vol. 6, no. 10, pp. 440-442, 2002. 10. S. Myung, Y. Kyeongcheol, and K. Jaeyoel. "Quasi-cyclic LDPC codes for fast encoding." IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51, no. 8, pp. 2894-2901, 2005.

14. D. E. Hocevar, "A reduced complexity decoder architecture via layered decoding of LDPC codes." IEEE Workshop on Signal Processing Systems, 2004. SIPS 2004. IEEE, 2004.

15. M. Yang, W. E. Ryan, Y. Li, "Design of efficiently encodable moderate-length high-rate irregular LDPC codes," IEEE Transactions on Communications, vol. 52, no. 4. pp. 564-571, 2004.

16. J. Boiko, I. Pyatin and O. Eromenko, "Farrow Interpolator Features in QPSK Telecommunication Devices. "2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). IEEE, 2020. DOI: 10.1109/TCSET49122.2020.235410.

17. H. Wu and H. Wang, "A High Throughput Implementation of QC-LDPC Codes for 5G NR," in IEEE Access, vol. 7, pp. 185373-185384, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2960839.

18. P. Hailes, L. Xu, R. G. Maunder, B. M. Al-Hashimi and L. Hanzo, "A Survey of FPGA-Based LDPC Decoders," in IEEE Communications Surveys & Tutorials, vol. 18, no. 2, pp. 1098-1122, Secondquarter 2016, doi: 10.1109/COMST.2015.2510381.

19. J. Wang, G. Zhang, Q. Zhou, Y. Yang and R. Sun, "Explicit constructions for⁸³ type-1 QC-LDPC codes with girth at least ten," 2014 IEEE Information Theory Workshop (ITW 2014), Hobart, TAS, 2014, pp. 436-440, doi: 10.1109/ITW.2014.6970869.

Додаток А
(довідковий)
Презентація

Слайд1

Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC

Резничук Р.В., гр. ТРМ-19-1
Керівник – к.т.н., доц. Мішан В.В.

Слайд 2

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є дослідження систем зв'язку з кодами LDPC в середовищі Matlab .

Для досягнення цієї мети поставлені наступні завдання.

- провести огляд методів виявлення і виправлення помилок у сучасних цифрових системах зв'язку;
- розглянути і проаналізувати структурну схему каналу зв'язку з кодами LDPC;
- дослідити модель системи зв'язку з кодами LDPC стандарту 5G і різними видами модуляції, оцінити енергетичну ефективність.

Об'єктом дослідження є процес передачі і приймання сигналів з кодами LDPC стандарту 5G у цифрових системах зв'язку .

Предметом дослідження є методи та засоби LDPC кодування і декодування у цифрових системах зв'язку.

Слайд 3

Наукова новизна одержаних результатів :

1. Вперше проведена оцінка енергетичної ефективності декодера 5G LDPC коду. Алгоритм Layered Belief Propagation з модуляцією 16-QAM на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum.
2. Набув подальшого розвитку метод кодування і декодування 5G LDPC коду цифрових систем зв'язку.
3. Отримали подальший розвиток методи побудови QC-LDPC кодів.

Слайд 4

Канал зв'язку з LDPC кодами

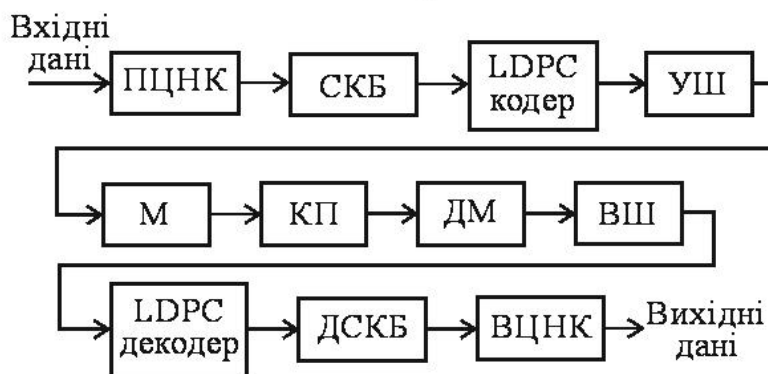


Рисунок 4.1 - Структурна схема каналу зв'язку з кодами LDPC

(ПЦНК - прикріплення циклічного надлишкового коду; СКБ – сегментація кодового блоку; УШ – узгодження швидкості; М – модулятор; КП – канал передачі з адитивним білим гаусовим шумом; ДМ – демодулятор; ВШ – відновлення швидкості; ДСКБ – десегментація кодового блоку; ВЦНК – вилучення циклічного надлишкового коду)

Перевірочна матриця H QC-LDPC коду

Складається з масиву циркулянтних матриць перестановок і нульових матриць

P - експонентна матриця, кожен запис в P називається значенням зсуву. Для адаптації різної довжини інформації, для однієї експонентної матриці рекомендується декілька розмірів підйому (lifting size).

$$H = \begin{bmatrix} Q(P_{0,0}) & Q(P_{0,1}) & \dots & Q(P_{0,r_0-1}) \\ Q(P_{1,0}) & Q(P_{1,1}) & \dots & Q(P_{1,r_0-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q(P_{m_0-1,0}) & Q(P_{m_0-1,1}) & \dots & Q(P_{m_0-1,r_0-1}) \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & \dots & P_{0,r_0-1} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & \dots & P_{1,r_0-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m_0-1,0} & P_{m_0-1,1} & \dots & P_{m_0-1,r_0-1} \end{bmatrix}$$

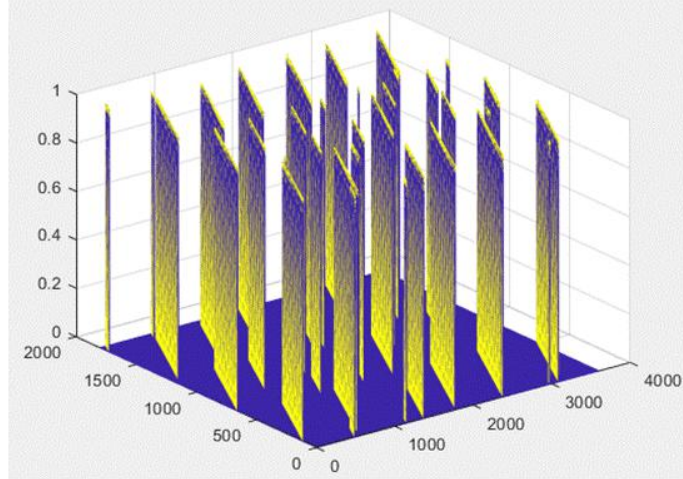


Рисунок 5.1 - Структура матриці H перевірки на парність коду QC-LDPC

Базовий граф 5G LDPC коду



Рисунок 6.1 - Загальна структура базового графа

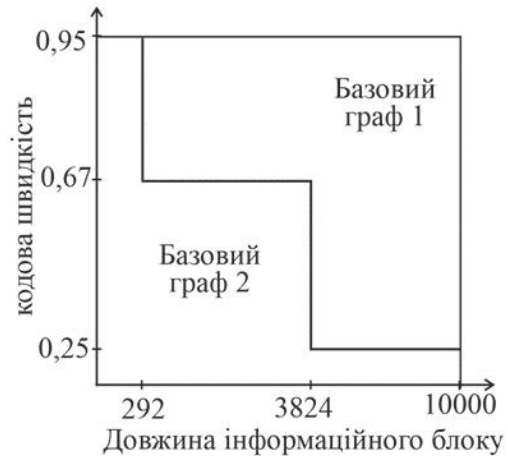


Рисунок 6.2 - Вибір базового графа

Слайд 7

Дослідження декодера LDPC коду

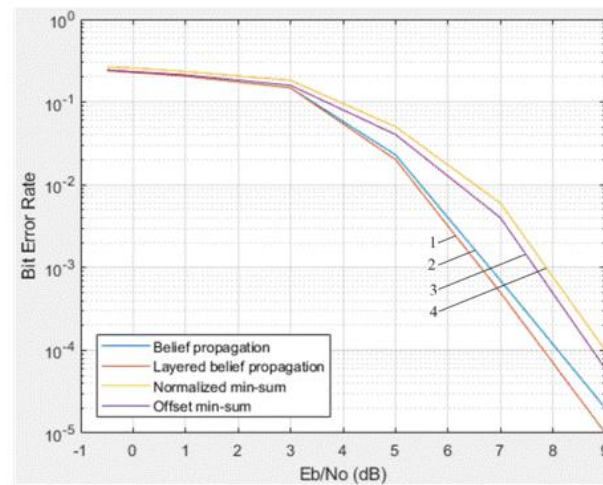


Рисунок 7.1- Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними алгоритмами роботи декодера для модуляції QPSK (1 - алгоритм Belief propagation; 2 – алгоритм Layered belief propagation; 3 – алгоритм Normalized min-sum; 4 – алгоритм Offset min-sum)

Слайд 8

Енергетична ефективність LDPC кодів

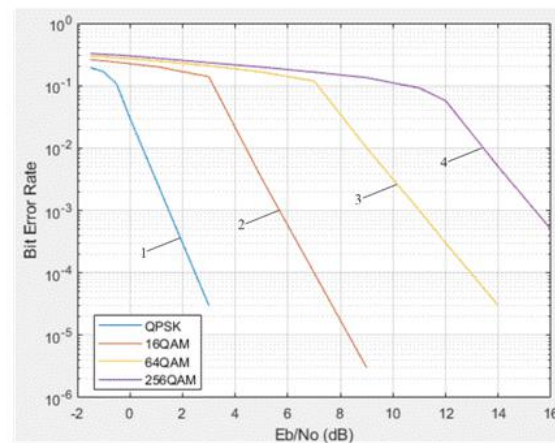


Рисунок 8.1 – Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції (1 – модуляція QPSK; 2 – модуляція 16QAM; 3 – модуляція 64QAM; 4 – модуляція 256QAM)

Слайд 9

Дослідження LDPC коду з різними версіями надмірності

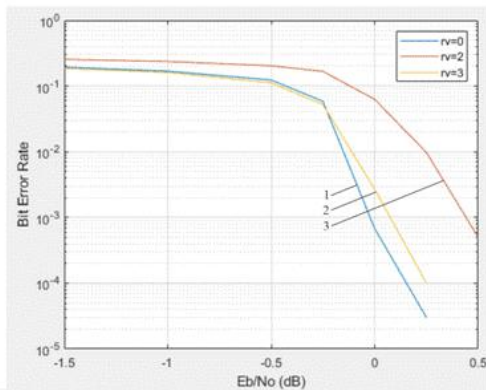


Рисунок 9.1 – Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надмірності і швидкістю $R=0,44$ для модуляції QPSK (1 – $RV=0$; 2 – $RV=3$; 3 – $RV=2$)

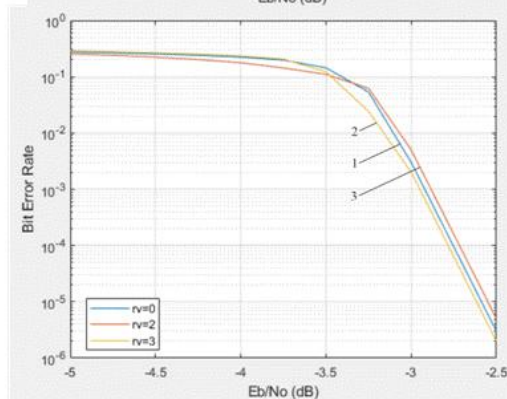


Рисунок 9.2 – Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними версіями надмірності і швидкістю $R=0,25$ для модуляції QPSK (1 – $RV=0$; 2 – $RV=3$; 3 – $RV=2$)

Слайд 10

Дослідження LDPC коду з різними швидкостями коду

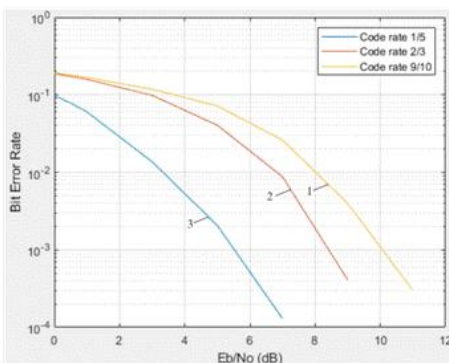


Рисунок 10.1 – Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними швидкостями для модуляції QPSK (1 – $R=9/10$; 2 – $R=2/3$; 3 – $R=1/5$)

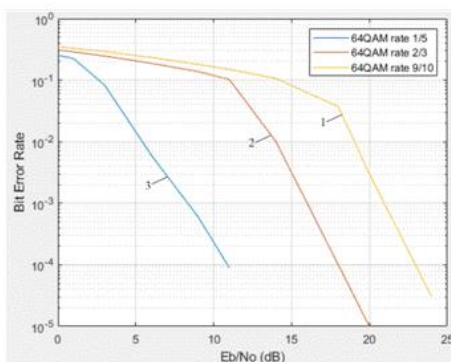


Рисунок 10.2 – Залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними швидкостями для модуляції 64QAM (1 – $R=9/10$; 2 – $R=2/3$; 3 – $R=1/5$)

Слайд 11

Дослідження LDPC коду з різною довжиною транспортного блоку

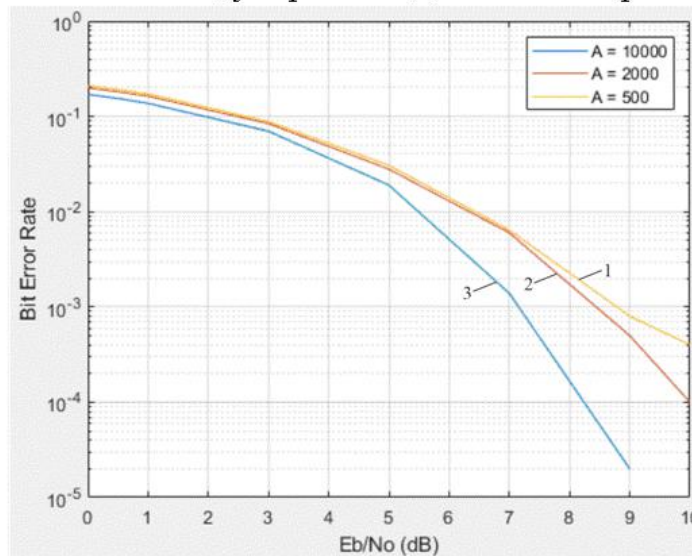


Рисунок 11.1 – Залежність BER від ефективної швидкості коду при відношенні енергії біта до спектральної густини потужності-шуму $E_b/N_0 = 1$ дБ для модуляції:
(1 – 64-QAM; 2 – 16-QAM)

Слайд 12

ВИСНОВКИ

2. Досліджена залежність коефіцієнта бітової помилки коду LDPC від виду декодера. Алгоритм Layered Belief Propagation на 0,15 дБ ефективніший алгоритму Belief Propagation і на 0,9 дБ ефективніший алгоритму Offset min-sum за енергетичним критерієм для BER=1E-5.

3. Досліджена залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції. Найкращу енергетичну ефективність має модуляція QPSK. Модуляція 16QAM на 6 дБ енергетично ефективніша модуляції 64QAM.

4. Досліджена енергетична ефективність модуляції QPSK з різними версіями надмірності (RV). Енергетично вигідним є використання версії надмірності RV=0 і RV=3. Збільшення швидкості LDPC коду з R= 0,25 до R= 0,44 потребує збільшення потужності передавача на 2,5 дБ.

5. Досліджені 5G-LDPC коди з різними швидкостями і модуляцією QPSK. Чим менша кодова швидкість системи зв'язку з кодуванням LDPC, тим вище енергетична ефективність. Для модуляції QPSK перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 4 дБ. При переході від модуляції QPSK до модуляції 64QAM з кодовою швидкістю 2/3 необхідно збільшувати потужність передавача на 10 дБ. Для модуляції 64QAM перехід від кодової швидкості 1/5 до кодової швидкості 9/10 потребує збільшення потужності передавача на 11 дБ.

6. З збільшенням довжини блоку даних збільшується енергетична ефективність системи зв'язку. При збільшенні довжини транспортного блоку з A=2000 до A=10000 енергетична ефективність підвищується на 1,5 дБ.

Додаток Б
(довідковий)
Апробація роботи

ДОВІДКА

Видана Р.В. Резничук, що стаття «Методи генерації перевірочних матриць LDPC коду», співавтором якої він є, буде видана у №2 за 2020 журналу «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах».

Головний редактор журналу



Мартинюк В.В.

УДК 681.391

I.S. ПЯТИН, В.В. МІШАН, Р.В. РЕЗНИЧУК
Хмельницький національний університет

МЕТОДИ ГЕНЕРАЦІЇ ПЕРЕВІРОЧНИХ МАТРИЦЬ LDPC КОДУ

LDPC коди - це лінійні блокові коди, де перевірочні біти додаються в кінець інформаційного повідомлення. Стаття присвячена проблемі побудови перевірочних матриць коду з низькою щільністю перевірок на парність для заданих характеристик швидкості і довжини коду. Розглянуто метод генерації перевірочних матриць на основі випадкової перестановочної підматриці (квазіциклічне регулярне кодування), і структурований метод генерації матриці на основі евклідово-геометричного коду з можливістю видалення рядків і розподілу стовпців. Виконано моделювання кодів.

Ключові слова: коди LDPC, перевірочна матриця, квазіциклічний LDPC код

I.S. PYATIN, V.V. MISHAN, R.V. REZNICHUCK
Khmelnytskyi National University

METHODS OF GENERATION OF LDPC CODE VERIFICATION MATRIXES

LDPC codes are linear block codes, where check bits are added to the end of the information message. The coding procedure is the multiplication of the information message vector of length K by the generating matrix G . The generating matrix is associated with the parity check matrix. The parity check matrix has $(N-K)$ rows and N columns, where N corresponds to the required length of the codeword, K corresponds to the length of the message. The article is devoted to the problem of construction of code verification matrices with low density of parity checks for given characteristics of code speed and length. A method for generating test matrices based on a random permutation submatrix, known as quasicyclic regular coding, and a structured method for generating a matrix based on a Euclidean geometric code with the ability to delete rows and distribute columns are considered. An important characteristic of the LDPC code matrix is the absence of cycles of a certain size. Under the cycle of length 4 means the formation in the test matrix of a rectangle in the corners of which are units. The absence of a cycle of length 4 can also be determined by the scalar product of the columns (or rows) of the matrix. If each pairwise scalar product of all columns (or rows) of the matrix is not more than 1, this indicates the absence of a cycle of length 4. Cycles of greater length (6, 8, 10, etc.) can be determined by constructing a graph in the test matrix, vertices of which there are units, and the edges are all possible connections of vertices parallel to the sides of the matrix (ie vertical or horizontal lines). The minimum cycle in this graph will be the minimum cycle in the LDPC code check matrix. Code simulation performed.

Keywords: LDPC codes, verification matrix, QC-LDPC code, permutation matrix

Вступ

Проблема побудови, адаптації та модифікації відомих кодів є актуальним завданням в області телекомунікацій. Висока продуктивність і коригувальна здатність, що отримується при ітеративному декодуванні турбокодів, стимулювали активні дослідження щодо застосування даного методу до декодування інших видів кодів. Зокрема, виявилось, що можливо отримати на порядок кращі характеристики при використанні кодів нізкої щільності (low density parity check - LDPC). Коди LDPC сьогодні все ширше застосовуються на практиці: їх використовують стандарти DVB-T2, DVB-S2, DVB-C2, WiFi, WiMax, IEEE 802.15.3. Також передбачено передавання даних користувача транспортного каналу за допомогою кодів LDPC у системах зв'язку 5G. Коди LDPC пропонують кращу спектральну ефективність ніж турбо-коди, і підтримують високу пропускну здатність [1].

Одним із завдань, пов'язаних з побудовою кодів нізкої щільності, є генерація перевірочних матриць із заданими властивостями. LDPC код задається перевірочною матрицею H , що має властивість розрідженої, тобто її рядки і стовпці містять малу кількість ненульових елементів в порівнянні з розмірністю матриці. Первірочна H і генераторная G матриці повинні задовольняти наступній умові:

$$GH^T = 0.$$

Кодування послідовності (m_1, m_2, \dots, m_k) полягає в отриманні кодової послідовності (c_1, c_2, \dots, c_n) :

$$H_{QC} = \begin{bmatrix} P_{a1,1} & P_{a1,2} & \dots & P_{a1,c-1} & P_{a1,c} \\ P_{a2,1} & P_{a2,2} & \dots & P_{a2,c-1} & P_{a2,c} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{am,1} & P_{am,2} & \dots & P_{am,c-1} & P_{am,c} \end{bmatrix},$$

де $a_{j,k}$ являє собою циклічний зсув стовпців матриці на i розрядів. Таким чином, P_j - перестановочна матриця розміром $L \times L$, яка утворюється в результаті циклічного зсуву стовпців на i позицій. У реальних системах L вибирається досить великим, наприклад, $L = 101$. Вибір одиничної матриці в якості P_0 не є обов'язковим. Наприклад, для $L = 5P_0$, одинична матриця може бути наступною:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Генерація перевірконої матриці

У загальному випадку циклічна матриця описується асоційованим поліномом:

$$p_i(x) = \sum_{j=0}^{L-1} (P_i)_{oj} x^j$$

Перший спосіб генерації перевірконої матриці квазіциклічного LDPC-коду заснований на випадковому розподілі перестановочних матриць із заданим розподілом $\rho(x)$ і $\lambda(x)$ (в залежності від їх вибору можуть бути побудовані регулярні і нерегулярні коди). Якщо $L = 47$, $m = 6$, $j = 12$, то загальний розмір матриці QC-LDPC коду H буде $L_m \times L_j$ або 250×450 . Приклад структури перевірконої матриці показаний на рис. 1.

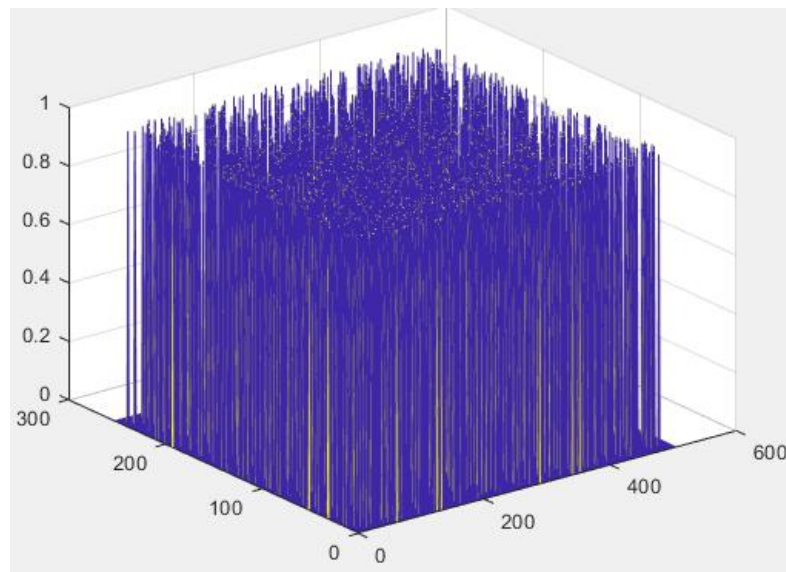


Рис. 1. Приклад будови перевірконої матриці QC-LDPC коду

Другий спосіб отримання перевірконої матриці заснований на виборі двох чисел a і b , що належать ненульовим елементам поля Галуа $GF(L)$, де L - просте число. Тоді заповнення матриці H розміром $L_m \times L_j$ - розстановка перестановочних матриць.

Отримуємо регулярний квазіциклічний LDPC-код з $\lambda = m - 1$, $\sigma = j - 1$ і швидкістю $r \geq 1 - (m/j)$. Для даної матриці довжина найкоротшого циклу буде 8 (що значно більше, ніж у LDPC кодів, побудованих на основі евклідово-геометричних кодів). Велика величина довжини циклу дозволяє ефективно використовувати декодування з поширенням довіри.

Декодування кодів LDPC.

Алгоритм декодування LDPC кодів базується на логарифмічному відношенні правдоподібності (log-likelihood ratio- LLR), що визначається виразом:

$$LLR(x | y) = \ln \left[\frac{p(y | x = 0)}{p(y | x = 1)} \right]$$

Припустимо, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ позначає кодове слово, яке модулюється при використанні двійкової фазової модуляції, і модульовані значення x передаються по каналу з адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ). Припустимо

$y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ позначає вхідну послідовність прийнятих сигналів (символів). Демодулятор приймає вхідну послідовність сигналів і обчислює відповідні LLR значення для: $j = 1, 2, \dots, n$.

$$\lambda_j = LLR(y_j | x_j) = \ln \left[\frac{p(y_j | x_j = 0)}{p(y_j | x_j = 1)} \right]$$

При двійковій біполярній передачі по каналу LLR значення обчислюються за допомогою виразу:

$$\lambda_j = \frac{2}{\sigma^2} * y_j.$$

σ^2 - дисперсія шуму у каналі зв'язку.

На рис. 2 показана залежність ймовірності помилки на біт (BER) від відношення сигнал/шум (E_b/N_0) для системи зв'язку з LDPC кодом та модуляцією.

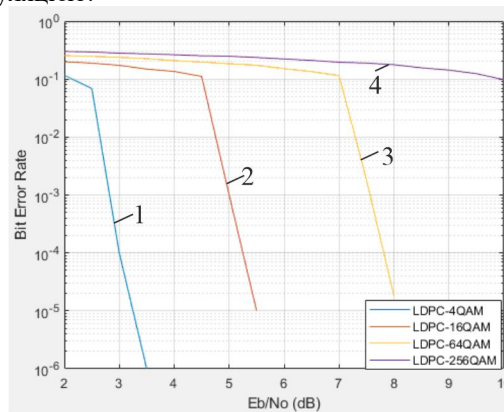


Рис. 2. Залежність ймовірності помилки на біт (BER) від відношення сигнал/шум (E_b/N_0) для системи зв'язку з LDPC кодом та модуляцією (1 – QPSK; 2 – 16QAM; 3 – 64QAM; 4 – 256QAM)

З аналізу отриманої залежності можна зробити висновок, що найбільшу енергетичну ефективність забезпечує використання LDPC коду з модуляцією QPSK. Модуляція QPSK на 2 дБ ефективніше модуляції 16QAM і на 5 дБ ефективніше модуляції 64QAM.

Висновки

За результатами синтезу коди з перевірочними квазіциклічними матрицями низької щільності, отриманими на основі випадкових перестановок, мають вищу продуктивність, ніж коди з матрицями на основі структурованих евклідово-геометричних кодів при однаковій швидкості коду (0,5), при однаковій кількості перевірочних і інформаційних розрядів (283, 564). Однак коригувальна здатність кодів на основі квазіциклічних матриць нестабільна і змінюється в діапазоні від 10^{-3} до 10^{-5} (SNR = 6 dB).

Література

1. H. Li, B. Bai, X. Mu, J. Zhang and H. Xu, "Algebra-Assisted Construction of Quasi-Cyclic LDPC Codes for 5G New Radio," in *IEEE Access*, vol. 6, pp. 50229-50244, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2868963.
2. S. K. Chilappagari, D. V. Nguyen, B. Vasic and M. W. Marcellin, "Girth of the Tanner graph and error correction capability of LDPC codes," 2008 46th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Urbana-Champaign, IL, 2008, pp. 1238-1245, doi: 10.1109/ALLERTON.2008.4797702.
3. Yige Wang, J. S. Yedidia and S. C. Draper, "Construction of high-girth QC-LDPC codes," 2008 5th International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, Lausanne, 2008, pp. 180-185, doi: 10.1109/TURBOCODING.2008.4658694.

Anti-Plagiarism v-15.257

Максимальное совпадение с одним документом 0.0%

Словари проверки: en_US, ru_RU, ua_UA. Ошибок в документах: 11%

ID: 81554 Название: Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC Добавлено в БД: 2020-11-29 Авторы: Резничук Руслан Вікторович Руководители: Мішан Віктор Володимирович Консультанты: Оponentы:	Документ		Суммарное совпадение по Базе Данных	
	Символы	Лексемы	Символы	Лексемы
	105057	990	365 (0%)	7 (1%)

Источник плагиата

ID	Описание	Наличие плагиата в документе	
		Символы	Лексемы



Имя пользователя:
Kafedra TMIT KhNU

ID проверки:
1005426616

Дата проверки:
10.12.2020 20:46:21 EET

Тип проверки:
Doc vs Internet

Дата отчета:
10.12.2020 20:56:10 EET

ID пользователя:
100005657

Название файла: Резничук_Трм-19-2(повторно)

Количество страниц: 88 Количество слов: 16924 Количество символов: 115094 Размер файла: 2.73 MB ID файла: 1005718159

1284 слова помечены как "исключенные" и не учитываются в подсчете слов

8.65%

Совпадения

Наибольшее совпадение: 5.49% с Интернет-источником (<http://elar.khnu.km.ua/jspui/bitstream/123456789/9222/1/VKN>).

8.65% Источники из Интернета

404

Страница 90

Поиск совпадений с Библиотекой не производился

на дипломну роботу магістра Резничук Р.В. за темою:
«Модельовання систем зв'язку з кодами LDPC»

5G LDPC коди обрані для передавання даних користувача транспортного каналу зв'язку. В умовах, коли потрібно зберегти високу швидкість передачі даних при забезпеченні заданої завадостійкості, необхідна наявність кодів, що дозволяють ефективно боротися з помилками і мають швидкі процедури кодування і декодування, тому тема роботи актуальна. Код з малою щільністю перевірок на парність - потужна техніка виправлення помилок, яка виграє у багатьох відомих схем кодування.

Наукова новизна полягає у оцінці енергетичної ефективності декодера 5G LDPC коду, дослідженні кодів з різними швидкостями, різними видами модуляції, різною довжиною транспортного блоку.

Перший розділ присвячений огляду завадостійких кодів. LDPC – код, який використовується при передачі інформації через канал зв'язку, окремий випадок лінійного коду з перевіркою парності. Особливістю є мала щільність значущих елементів перевіркової матриці, за рахунок чого досягається відносна простота реалізація засобів кодування.

Другий розділ присвячений аналізу LDPC кодів. Графічне подання 5G LDPC кодів, побудованих на основі протографа отримують, прикріпивши декілька копій протографа і переставивши ребра між ними. Дизайн базового графа кодів 5G LDPC має на меті забезпечити ортогональність рядків для швидкого та надійного декодування символів. Коди 5G LDPC повинні підтримувати функціональність узгодження швидкості для вибору довільної кількості переданих бітів.

Третій розділ присвячений моделюванню квазіциклічних кодів LDPC. Коди QC-LDPC призначені для підтримки різних розмірів підйому та мають властивість сумісності за швидкістю, що може допомогти добре адаптувати різну довжину інформації та швидкість коду. Для реалізації різної довжини інформації та адаптації швидкості використовуються методи укорочення та виколювання для 5G-кодів LDPC. Виколювання застосовується як до бітів інформації, так і до бітів парності в кодовому

слові. Укорочення виконується за допомогою нульових відступів для інформаційних бітів. Експонентні матриці кодів QC-LDPC можуть підтримувати різні розміри підйому.

Четвертий розділ присвячений дослідженню системи зв'язку з кодами LDPC. Досліджена залежність коефіцієнта бітової помилки коду LDPC від виду декодера. Досліджена залежність кількості бітових помилок від відношення сигнал-шум для коду LDPC з різними видами модуляції. Досліджена енергетична ефективність модуляції QPSK з різними версіями надмірності (RV). Досліджені 5G-LDPC коди з різними швидкостями і різними видами модуляції. Чим менша кодова швидкість системи зв'язку з кодуванням LDPC, тим вище енергетична ефективність. З збільшенням довжини блоку даних збільшується енергетична ефективність системи зв'язку.

За змістом робота є докладною, викладення матеріалу послідовне і логічне. Наведені у роботі формули, моделі та висновки мають достатнє обґрунтування та пояснюються прикладами у випадках, де це потрібно. Мова викладення роботи є технічно грамотною та зрозумілою.

Серед недоліків роботи можна відмітити недостатньо розгорнутий аналіз особливостей кодів LDPC з різною швидкістю, різною довжиною транспортного блоку.

В цілому, дипломна робота магістра виконана на сучасному науково-технічному рівні і заслуговує оцінку «відмінно», а Резничук Р.В. – присвоєння кваліфікації магістра з спеціальності «Телекомунікацій та радіотехніка».

Завідувач кафедри автоматизацій,
комп'ютерно-інтегрованих технологій і
телекомунікацій, професор



Мартинюк В.В.

Завідувачу кафедри

здобувача вищої освіти (студента
ПІБ, факультет, «курс», «група»)

Розвинути Р.В. ФЛКТС, 2, ТР_м-19-2

ЗАЯВА

З правилами чинного Положення «Про дотримання академічної доброчесності в Хмельницькому національному університеті» від 26.09.2020 (зі змінами від 26.11.2020), згідно з яким виявлення плагіату є підставою для відмови в допуску кваліфікаційної роботи до захисту та застосування заходів дисциплінарної та академічної відповідальності, ознайомлений (а). Про використання програмно-технічних засобів для перевірки кваліфікаційних робіт здобувачів вищої освіти на плагіат оповіщений (а) та надаю свою згоду на обробку та збереження університетом моєї роботи в інституційному репозитарії університету.

Також надаю університету право на передачу моєї роботи для обробки та збереження в базах даних програмно-технічних засобів (Unicheck та Anti-Plagiarism) та використання роботи для виявлення плагіату в інших роботах, які перевіряються програмно-технічними засобами та користувачами, що мають доступ до цих програмно-технічних засобів, виключно в обмежених цілях для виявлення плагіату в текстах робіт.

Робота для перевірки університетом надається в друкованому та електронному варіанті. Електронна версія моєї роботи збігається (ідентична) з друкованою.

04.12.2020

дата



підпис

РІШЕННЯ ЕКСПЕРТНОЇ КОМІСІЇ ПО КАФЕДРІ ТМГГ
ПРО ДОПУСК КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ДО ЗАХИСТУ

Підтверджуємо ознайомлення з результатом звіту подібності щодо роботи, генерованого системою виявлення текстових збігів/ідентичності/схожості:

Назва: «Моделювання систем зв'язку з кодами LDPC»

Автор: Резничук Руслан Вікторович

Спеціальність: 172 Телекомунікації та радіотехніка

Освітня програма: Телекомунікації та радіотехніка

Науковий керівник: Мішан Віктор Володимирович

Після аналізу звіту подібності зроблено такий висновок:

№	Висновок	Позначка про відповідність
1	Запозичення, виявлені в роботі, є законними і не є плагіатом (далі – зазначаються підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту.	Відповідає
2	Виявлені запозичення не є плагіатом, розміщені в розділах, які не описують безпосередньо авторське дослідження, але кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи (далі – зазначаються детальні та аргументовані підстави віднесення запозичень до правомірних). Робота приймається до захисту, але має бути відкоригована. Відкоригований варіант має бути поданий на кафедру за 2 дні до захисту, разом із заявою щодо самостійності виконання письмової роботи та ідентичності друкованої та електронної версії роботи	
3	Виявлені запозичення не є плагіатом, але частково розміщені в розділах, які описують безпосередньо авторське дослідження, а кількість цитат перевищує обсяг, виправданий поставленою метою роботи. В зв'язку з цим мета роботи та поставлені завдання не були досягнені. Робота може бути допущена до захисту (наступного року) після того як буде відкоригована та допрацьована і успішно пройде повторну перевірку на академічний плагіат.	
4	Робота містить навмисні текстові спотворення, передбачувані спроби укриття запозичень або інші прояви академічного плагіату. Робота містить фабрикацію або фальсифікацію даних. Робота не допускається до захисту.	
5	Інше:	

Підтвердження: Збіги (8,65%), що виявлені в роботі не є плагіатом. Часткові збіги відповідають часто вживаним словосполученням та назвам . Критичних запозичень немає. Дипломна робота допускається до захисту.

11.12.2020 р

Науковий керівник роботи

к.т.н., доц.

Зав. каф. ТМГГ

д.т.н. доц.

Мішан В.В.

Підченко С.К.