SCI-CONF.COM.UA

SCIENTIFIC ACHIEVEMENTS OF MODERN SOCIETY

ABSTRACTS OF V INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE
JANUARY 8-10, 2020

LIVERPOOL
2020

UDC 001.1
BBK 83

The 5th International scientific and practical conference "Scientific achievements of modern society" (January 8-10, 2020) Cognum Publishing House, Liverpool, United Kingdom. 2020. 1177 p.

ISBN 978-92-9472-193-8

The recommended citation for this publication is:
Ivanov I. Analysis of the phaunistic composition of Ukraine // Scientific achievements of modern society. Abstracts of the 5th International scientific and practical conference. Cognum Publishing House. Liverpool, United Kingdom. 2020. Pp. 21-27. URL: http://sci-conf.com.ua.

Collection of scientific articles published is the scientific and practical publication, which contains scientific articles of students, graduate students, Candidates and Doctors of Sciences, research workers and practitioners from Europe, Ukraine, Russia and from neighbouring coutries and beyond. The articles contain the study, reflecting the processes and changes in the structure of modern science. The collection of scientific articles is for students, postgraduate students, doctoral candidates, teachers, researchers, practitioners and people interested in the trends of modern science development.

e-mail: liverpool@sci-conf.com.ua
homepage: http://sci-conf.com.ua/

УДК 539.3

ЗАКОНОМІРНІСТЬ ПОЛЯ ВПЛИВУ ПРУЖНИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ І НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНОЇ ПРУЖНОЇ СМУГИ ВІД ДІЇ ЗОСЕРЕДЖЕНОЇ СИЛИ

Діхтярук Микола Миколайович

к. фіз.-мат. н., доцент

Поплавська Олена Андріївна

старший викладач

Хмельницький національний університет

м. Хмельницький, Україна

Анотація. В даній статті в рамках лінеаризованної теорії пружності досліджується вплив пружних переміщень і напружень для пружної смуги з початковим (залишковим) напруженням від дії зосередженої сили. Всі дослідження виконані для стисливих і нестисливих тіл у випадку пружних потенціалів довільної структури в загальному вигляді для теорії великих (кінцевих) початкових деформацій.

Ключові слова: контактні задачі, лінеаризована теорія пружності, початкові (залишкові) напруження.

Вступ. Як відомо одним із найпоширеніших на практиці способів передачі зовнішніх зусиль є контактна взаємодія. Тому дослідження питань контактної взаємодії твердих тіл, тобто контактні задачі, є досить актуальною проблемою. Ця проблема актуальна як для фундаментальних розробок по механіці твердого деформівного тіла так і для інших додатків до різних галузей сучасної техніки. Задачі, що виникають при передачі навантаження від накладки скріпленої з пружною смугою (пластиною) – класичної теорії пружності знову привернули увагу у випадках, коли в останній виникають початкові (залишкові) напруження. Особлива необхідність їхнього розгляду виникає в наслідок їхньої важливості при дослідженні конструкцій взагалі і особливо в зв'язку з проектуванням конструкції літальних апаратів. Досить широкий список літератури, що відноситься до згаданих статистичних задач класичної теорії пружності приводить до класичної роботи Е. Мелана [1], у якій розглядаються дві фундаментальні задачі які тісно примикають до досліджень дійсної статті. Аналогічна задача для пружної напівплощини з початковими напруженнями досліджена в роботі А. Гузя [2].

У данній статті в рамках лінеаризованної теорії пружності викладається постановка і розв'язок змішаної задачі про відшукання функції впливу для пружної смуги з початковими (залишковими) напруженнями (товщини t) від дії зосередженого навантаження $P\delta(y_1)$, в напрямку під кутом α до осі Oy_1 (Рис.1), де $\delta(y_1)$ – одинична функція Дірака.

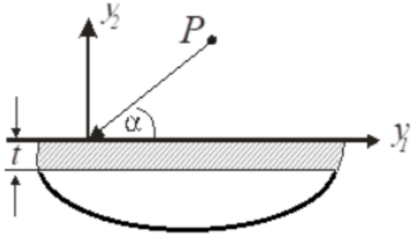

Рис. 1. Дія сили на смугу

Всі дослідження виконані для стисливих і нестисливих тіл у випадку пружних потенціалів довільної структури в загальному вигляді для теорії великих (кінцевих) початкових деформацій. Для переходу до різних варіантів теорії малих початкових деформацій необхідно ввести спрощення, зазначене в [3].

Граничні умови і вихідні співвідношення. Будемо вважати, що початковий стан у пружній смузі з початковими напруженнями ($-\infty < y_1 < \infty; -t \le y_2 \le t$) є однорідним і виконуються умови плоскої деформації [2], тобто $\lambda_3 = 1$, $S_{22}^0 = 0$. Дотримуючись [3] дослідження проведемо в координатах початкового деформованого стану y_i, що зв'язані з лагранжевими координатами природного стану співвідношеннями: $y_i = \lambda_i x_i$ ($i = 1, 2$), де λ_i – коефіцієнти видовження, що визначають переміщення початкового стану.

Для визначення поля пружних переміщень і напружень (функції впливу) від прикладеної на її грані зосередженої сили $P\delta(y_1)$, прикладеної під кутом α_0 до осі Oy_1, одержимо наступні граничні умови на кромці пружної смуги при $y_2 = 0$:

$$Q_{22}(y_1, 0) = -P\sin\alpha \cdot \delta(y_1);\; Q_{21}(y_1, 0) = -P\cos\alpha \cdot \delta(y_1) \tag{1}$$

на лінії з'єднання пружної смуги і напівплощини при $y_2 = -t$:

$$u_1(y_1, -t) = 0; \quad u_2(y_1, -t) = 0 \tag{2}$$

Дотримуючись [3], вирази для переміщень і напружень граничних точок смуги з початковими напруженнями у випадку рівних і нерівних коренів визначального рівняння, запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
&u_1(y_1, x_j) = \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^+(A_1 + A_2) + \alpha z_1[(B_1 + B_2)\right]\exp(-i\alpha y_1)d\alpha \\
&u_2(y_1, x_j) = \frac{m_1}{2\pi\sqrt{n_1}}\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^+(B_1 + s_1 B_2) + \alpha z_1[(A_1 + s_1 A_2)\right]\exp(-i\alpha y_1)d\alpha \\
&\widetilde{Q}_{22}(y_1, x_j) = \frac{c_{44}(1+m_1)l_1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^+(A_1 + sA_2) + \alpha z_1[(B_1 + sB_2)\right]\exp(-i\alpha y_1)d\alpha \\
&\widetilde{Q}_{21}(y_1, x_j) = \frac{i}{2\pi}\cdot\frac{c_{44}(1+m_1)}{\sqrt{n_1}}\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^+(B_1 + s_0 B_2) + \alpha z_1[(A_1 + s_0 A_2)\right]\exp(-i\alpha y_1)d\alpha
\end{aligned} \tag{3}$$

Тут $z_i = (n_i)^{-\frac{1}{2}} y_2$; $s_0 = \dfrac{1+m_1}{1+m_2}$; $s = s_0\dfrac{l_2}{l_1}$; $s_1 = \dfrac{m_2 - 1}{m_1}$;

$$L^+(A + Bz) = \begin{cases} (A + Bz)ch\alpha z_1 + B(\alpha z_1)sh\alpha z_1; & n_1 = n_2; \\ Ach\alpha z_1 + Bzch(\alpha z_2); & n_1 \neq n_2; \end{cases}$$

$$L^-(A + Bz) = \begin{cases} (A + Bz)(\alpha z_1)^{-1}sh\alpha z_1 + Bch\alpha z_1; & n_1 = n_2; \\ Ash\alpha z_1 + B(\alpha z_1)^{-1}sh\alpha z_2; & n_1 \neq n_2; \end{cases}$$

Де l_i, m_i, c_{44} – параметри, що визначають початковий стан смуги, n_i – корені визначального рівняння [3], ($i = 1, 2$).

Задовольнивши граничні умови (1) – (2) з врахуванням (3) після ряду перетворень для визначення невідомих коефіцієнтів $A_i, B_i \quad (i=1,2)$ у випадку рівних і нерівних коренів визначального рівняння [3] одержимо систему алгебраїчних рівнянь:

для рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$\begin{aligned}
&A_1 + A_2 s = n_0;\\
&B_1 + B_2 s_0 = m_0;\\
&A_1 ch\varphi_1 + A_2\left(ch\varphi_1 + \varphi_1 sh\varphi_1\right) - B_1 sh\varphi_1 - B_2\left(sh\varphi_1 + \varphi_1 ch\varphi_1\right) = 0;\\
&-A_1 sh\varphi_1 - A_2\left(s_1 sh\varphi_1 + \varphi_1 ch\varphi_1\right) + B_1 ch\varphi_1 + B_2\left(s_1 ch\varphi_1 + \varphi_1 sh\varphi_1\right) = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

для нерівних коренів $n_1 \neq n_2$:

$$\begin{aligned}
&A_1 + A_2 s = n_0;\\
&B_1 + B_2 s_0 = m_0;\\
&A_1 ch\varphi_1 + A_2 ch\varphi_1 + B_1\varphi_1 sh\varphi_1 - B_2 sh\varphi_2 = 0;\\
&A_1\varphi_1 sh\varphi_1 - A_2 s_1 sh\varphi_1 + B_2 ch\varphi_1 + B_2 s_1 ch\varphi_2 = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Тут введені наступні позначення:

$$n_0 = -\frac{P\sin\alpha_0}{\alpha c_{44}(1+m_1)l_1};\ \ m_0 = -\frac{i\sqrt{n_1}P\cos\alpha_0}{\alpha c_{44}(1+m_1)};\ \ \varphi_i = -\frac{\alpha t}{\sqrt{n_i}};\ \ (i=1,2). \tag{6}$$

Розв'язавши системи (4) і (5) знайдемо коефіцієнти $A_i, B_i\ (i=1,2)$, що виражаються через параметри, які визначають початковий напружений стан. Вираз для цих коефіцієнтів знаходимо відповідно:

для рівних коренів визначального рівняння [3] $n_1 = n_2$ знаходимо коефіцієнти $A_i, B_i\ (i=1,2)$:

$$\begin{aligned}
&A_1 = \left\{-n_0\left[-s_1(s_0+1)sh^2\varphi_1 - \varphi_1^2 + (s_1 - s_0)\right] + m_0\left[-s\bar{s}_0\omega_0(\alpha) - sl_1\right]\right\}\xi_1^{-1}(\alpha);\\
&A_2 = \left\{n_0\left[(s_1 - s_0) - \bar{s}_1 sh^2\varphi_1\right] + m_0\left[\varphi_1 + \bar{s}_1\omega_0(\alpha)\right]\right\}\xi_1^{-1}(\alpha).
\end{aligned} \tag{7}$$

$$B_1 = \{-n_0[-s_0\bar{s}_1\omega_0(\alpha)] + m_0[s\bar{s}_0 sh^2\varphi_1 + \varphi_1^2 - s\bar{s}_1]\}\xi_1^{-1}(\alpha);$$
$$B_2 = \{n_0[-\bar{s}_1 sh^2\varphi_1 ch\varphi_1 + \varphi_1] + m_0[-\bar{s}_1 sh^2\varphi_1 + \bar{s}]\}\xi_1^{-1}(\alpha). \qquad (8)$$

для нерівних коренів визначального рівняння [2] $n_1 \neq n_2$ знаходимо A_i, B_i $(i = 1, 2)$:

$$A_1 = \{-n_0[s_0\omega_1(\alpha) - s_1 s_0\varphi_1\omega_1(\alpha) - 2s_1 sh^2\varphi^2 - s_1] - m_0[\bar{s}s_1\omega_2(\alpha) + s\omega_4(\alpha)]\}\xi_1^{-1}(\alpha);$$
$$A_2 = \{n_0[s_0(\varphi_1^2 - 2)sh^2\varphi_1 + s_1\omega_1(\alpha) + \varphi_1\omega_4(\alpha) - s_0] + m_0[s_1\varphi_1\omega_2(\alpha) + \omega_3(\alpha)]\}\xi_2^{-1}(\alpha);$$
$$B_1 = \{n_0[s_0 s_1\omega_3(\alpha) - s_0\varphi_1\omega_2(\alpha)] + m_0[ss_1\omega_1(\alpha) + s\varphi_1\omega_2(\alpha) - s_1 ch2\varphi_2]\}\xi_2^{-1}(\alpha); \qquad (9)$$
$$B_2 = \{n_0[\varphi_1\omega_2(\alpha) + s_1\omega_3(\alpha)] + m_0[s_1(\varphi_1^2 - 2)sh^2\varphi_1 - s_1\varphi_1\omega_4(\alpha) + \omega_1(\alpha) - s]\}\xi_2^{-1}(\alpha).$$

Тут введені наступні позначення: $sh\varphi_1 ch\varphi_1 = \omega_0(\alpha)$; $ch\varphi_1 ch\varphi_2 = \omega_1(\alpha)$; $sh\varphi_1 ch\varphi_2 = \omega_2(\alpha)$; $ch\varphi_1 sh\varphi_2 = \omega_3(\alpha)$; $sh\varphi_1 sh\varphi_2 = \omega_4(\alpha)$; $\bar{s} = 1 - s$; $\bar{s}_1 = 1 - s_1$; $\bar{s}_0 = 1 - s_0$.

$$\xi_1(\alpha) = (s - s_0)(s_1 - 1)sh^2\varphi_1 + \varphi_1^2 + (s_1 - s_0)(s - s_1). \qquad (10)$$

$$\xi_2(\alpha) = ss_0\varphi_1^2 sh^2\varphi_1 - ss_0 ch^2\varphi_1 - (s_1 s_0 - s)\varphi_1\omega_4(x) + (ss_1 - s_0)ch\varphi_1 ch\varphi_2 - s_1 ch^2\varphi_2. \qquad (11)$$

Підставивши значення (8) і (9) у (3) знайдемо функції впливу в пружній смузі з початковими напруженнями для рівних і нерівних коренів визначального рівняння [2] у вигляді:

$$u_{11}(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H_{11}(\alpha_1 y_2)e^{-i\alpha y_1}d\alpha;$$
$$u_{12}(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H_{12}(\alpha_1 y_2)e^{-i\alpha y_1}d\alpha. \qquad (10)$$

Припустивши, що пружна накладка у вертикальному напрямку згинається як звичайна балка, тобто

$$D\frac{d^4 u_2}{dy_1^{-1}} p(x) - p_0(x) \qquad -\infty \leq x \leq \infty \qquad (11)$$

де $u_2(y_1)$ – вертикальне переміщення точок пружної накладки, D – жорсткість накладки на згин. З врахуванням умов рівноваги пружної накладки [3] для невідомих контактних напружень, одержимо систему інтегро-диференціальних рівнянь:

$$D\frac{d^4u_2}{dy_1}\left\{\int_{-\partial}^{\infty}u_{11}(|y_1-\tau|)p(\tau)d\tau+\int_{-\partial}^{\infty}u_{12}(y_1-\tau)q(\tau)d\tau\right\}=p(y_1)-p_0(y_1);$$
$$\mathrm{E}_1h\frac{d}{dy_1}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}u_{21}(y_1-\tau)p(\tau)d\tau+\int_{-\infty}^{\infty}u_{22}(|y_1-\tau|)q(\tau)d\tau\right\}=\int_{-\infty}^{\infty}[q(\tau)-q_0(\tau)]d\tau. \quad (12)$$

У випадку дії тільки вертикальних сил $q_0(y_1)\equiv 0$, замість системи (14) будемо мати тільки одне інтегро-диференціальне рівняння:

$$D\frac{d^4}{dy_1}\left[\int_{-\infty}^{\infty}u_{11}(|y_1-\tau|)p(\tau)d\tau\right]=p(y_1)-p_0(y_1),\qquad |x|\le\infty, \quad (13)$$

а у випадку відсутності вертикальних сил $p_0(y_2)\equiv 0$, накладка лише розтягується, тоді одержимо:

$$E_1\frac{d}{dy_1}\int_{-\infty}^{\infty}u_{22}(|y_1-\tau|)p(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}[q(y_1)-q_0(y_1)]dt. \quad (14)$$

Висновок. В рамках лінеаризованої теорії пружності розглядається розв`язок плоскої контактної задачі про передачу навантаження від стрингера до затисненої по одному краю пружної смуги з початковими напруженнями шляхом попереднього відшукання функцій впливу. Дослідження проведено в загальному вигляді для теорії великих початкових деформацій та різних варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу. Розв`язок задачі зведено відносно нормальних і тангенціальних контактних напружень до системи інтегро-дифференційних рівнянь, яка отримується за допомогою інтегрального перетворення Фур'є. В кінцевому результаті контактні напруження представлено у вигляді інтегралів Фур'є.

Встановлено, що початкові напруження в пружній смузі, істотно впливають на закон розподілу контактних напружень, при цьому: при стиску контактні напруження значно зменшується (при розтягу – збільшуються), а переміщення при стиску значно зростають (при розтягу – зменшуються) . Більш істотний вплив (кількісного характеру) початкові напруження мають у високоеластичних матеріалах в порівнянні з жорсткішими матеріалами; якісний вплив – має аналогічний характер.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Melan E., Ein Beitrag zur Theorie geschweiss der Verbindungen. Ingenieur Archiv, 1932, Bd.3, Negt 2. S. 126-128.
2. Гузь А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. – Киев: Наук. думка, 1983, – 296 с.
3. Гузь А.Н. Контактна взаємодія тіл з початковими напруженнями / А.Н. Гузь, С.Ю. Бабич, В.Б. Рудницький // Вища школа. К., 1995. – 305 с.
4. Дихтярук Н. Н. О равновесии полосы с начальными напряжениями, усиленной упругими накладками. Прикл. механика. 2004, 40, № 3, С. 63 – 70.
5. Рудницкий В. Б., Дихтярук Н.Н. Упругая полоса с начальными напряжениями, усиленная упругими накладками. Прикл. механика., 2002, 38, № 11, С. 81 – 88.
6. Саркисян В. С. Контактные задачи для полуплоскостей и полос с упругими накладками. – Ер . изд. Ереван. ун - та, 1983. – 260С.
7. Діхтярук М. М. Передача навантаження від нескінченного стрингера до двох затиснених по одному краю однакових смуг з початковими (залишковими) напруженнями / М. М. Діхтярук // Вісник ТНТУ. – 2016, – 83, № 3, –С. 51-60.
8. Рудницкий, В. Б., Дихтярук Н.Н. Контактная задача о взаимодействии бесконечного стрингера и двух одинаковых полос с начальными напряжениями. / В. Б. Рудницкий, Н.Н. Дихтярук Н.Н. // Прикл. механика, 2017, – 53, № 2, – С. 41 – 48.
9. Dikhtyaruk, N.N. Equilibrium of a prestressed strip reinforced with elastic plates // International Applied Mechanics. – March 2004, Volume 40, Issue 3, pp 290–296.

10. Rudnitskii V.B. , Dikhtyaruk N.N. A prestressed elastic strip with elastic reinforcements / V.B. Rudnitskii, N.N. Dikhtyaruk// International Applied Mechanics. - November 2002, Volume 38, Issue 11, pp 1354–1360.

11. Rudnitskii V.B. , Dikhtyaruk N.N. Interaction Between an Infinite Stringer and Two Identical Prestressed Strips: Contact Problem /, V.B. Rudnitskii, N.N Dikhtyaruk // Translated from Prikladnaya Mekhanika, Vol. 53, No. 2, pp. 41–48, March–April, 2017.

12. Діхтярук М.М. Аналог задачі Мелана для пружної смуги з початковими напруженнями підсиленною пружною накладкою [Текст] / М. М. Діхтярук, О. А. Поплавська // Проблеми трибології. – 2018. – №1. – С. 37-42.