

## ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ НАВАНТАЖЕННЯ В ІМПУЛЬСНОМУ РЕЖИМІ ВІД ДЖЕРЕЛА ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ

В статті проаналізовано режими роботи резистивного навантаження під час постійного та періодичного підключення до джерела постійної напруги. Отримано вирази для розрахунку енергії, що виділяється в резистивному навантаженні в ході періодичного підключення до джерела постійної напруги. Обґрунтовано збільшення енергії, яка виділяється в резистивному навантаженні при періодичному підключенні до джерела постійної напруги для узгодженого та неузгодженого режиму роботи.

Ключові слова: джерело ЕРС, резистивне навантаження, процес заряду конденсатора, енергія.

V. D. KOSENKOV, V. V. MARTYNYUK

Khmelnytsky National University

### OPERATION FEATURES OF THE LOAD IN THE IMPULSE MODE AT THE CONSTANT VOLTAGE SOURCE

The operation modes of the resistive load at the constant and periodic connection to the constant voltage source have been analyzed in the article. The expressions have been obtained for calculation of the energy which is generated in the resistive load at the periodic connection to the constant voltage source. The energy increase has been well grounded which is generated in the resistive load at the periodic connection to the constant voltage source for the coordinated and non-coordinated operation modes.

Key words: EMF source, resistive load, process of the capacitor charging.

**Вступ.** Однією з ключових проблем сучасної електроенергетики є забезпечення високого рівня енергоефективності, тобто таких умов функціонування джерела електричної енергії та навантаження, за яких вся електрична енергія, що надходить від джерела електричної енергії до навантаження буде використана з максимальною користю. Важливим аспектом підвищення енергоефективності джерел постійної напруги є зменшення втрат електричної енергії на внутрішньому опорі джерела при під'єднанні до нього активного навантаження.

Джерела постійної напруги використовуються в якості елементів живлення для у багатьох пристроях. Прикладами джерел постійної напруги є хімічні джерела струму, свинцево-кислотні батареї, літій-іонні батареї, сонячні батареї, паливні елементи і інші джерела постійної ЕРС. Більшість систем накопичення електроенергії є джерелами постійної напруги, тому втрати частини енергії на внутрішньому опорі таких джерел призводять до необхідності збільшення їх габаритів та ємності таких, а також відбору надлишкового тепла, яка виділяється на внутрішньому опорі і призводить до перегріву батареї. Звідси випливає, що забезпечення передачі максимальної частини енергії від джерела постійної напруги до навантаження є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомо [1, 2], що джерела постійної напруги характеризуються високим внутрішнім опором  $R_0$ . Розглянемо схему під'єднання активного навантаження  $R_H$  до джерела постійної напруги  $E$  із внутрішнім опором  $R_0$  та залежність напруги від часу  $U_H = f(t)$  на активного навантаження  $R_H$ , які зображені на рис. 1 відповідно а і б.



а) схема під'єднання активного навантаження  $R_H$  до джерела постійної напруги  $E$  ;

б) залежність від часу напруги  $U_H = f(t)$  на активному навантаженні  $R_H$

Рис. 1. Особливості роботи джерела постійної напруги із активним навантаженням

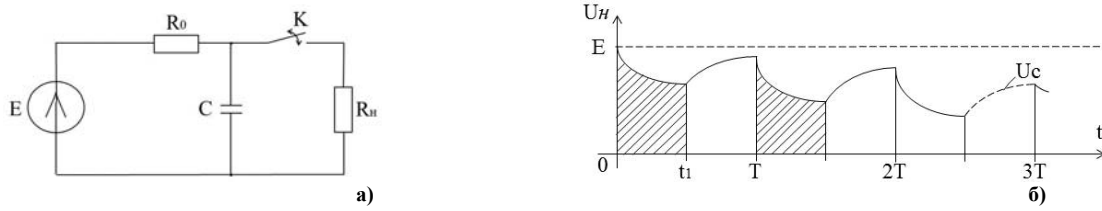
Аналізуючи рис. 1 можна зробити висновок, що напруга на навантаженні завжди менша за напругу джерела постійної напруги, тому максимальна енергія  $W_{H \max}$ , яка виділяється на активному опорі навантаження  $R_H$ , не може перевищувати половини від загальної відібраної від джерела енергії. Звідси випливає, що половина або більше енергії джерела постійної напруги витрачається на його нагрівання.

Режим передачі максимальної енергії від джерела постійної напруги до навантаження називають узгодженим режимом роботи, тому що він досягається при рівних значеннях внутрішнього опору джерела постійної напруги та навантаження  $R_0 = R_H$  [1, 2]. Для узгодженого режиму роботи коефіцієнт корисної дії джерела постійної напруги дорівнює:

$$\eta = \frac{W_{H \max}}{W_{заг}} = 0,5 . \quad (1)$$

## ІМПУЛЬСНИЙ РЕЖИМ РОБОТИ ДЖЕРЕЛА ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ

Проаналізуємо імпульсний режим роботи джерела постійної напруги при під'єднанні до нього конденсатора та опору навантаження за допомогою ключа К із певним періодом комутації  $T$ , як показано на схемі рис. 2, а.



а) схема під'єднання активного навантаження  $R_H$  до джерела постійної напруги  $E$  із та конденсатором  $C$ ;

б) залежність від часу напруги  $U_H = f(t)$  на активному навантаженні  $R_H$  та конденсаторі  $C$

Рис. 2. Імпульсний режим роботи джерела постійної напруги із конденсатором та опором навантаження

Розглянемо узгоджений режим, коли  $R_H = R_0$ . У першому циклі ключ К замикається при  $u_c(0) = E$ :

$$u_H = u_c = \frac{E}{2} + A \cdot e^{-t/\tau_1} = \frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t/\tau_1}, \quad (2)$$

де  $\tau_1 = \frac{R_0 C}{2}$ .

В кінці імпульсу  $t = t_1$ , а отже  $u_c = \frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}$ .

При розмиканні ключа К відбувається процес заряду конденсатора:

$$u_c = E + A \cdot e^{-t/\tau_2}, \quad (3)$$

де  $\tau_2 = R_0 C$ .

При  $t = 0$  можна визначити постійну інтегрування  $A$  із рівняння  $\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1} = E + A$  за виразом:

$$A = -\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}. \quad (4)$$

В кінці циклу  $t_2 = T - t_1$  напруга на конденсаторі дорівнює  $u_c = E + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right)$ . Цей вираз є

початковою умовою для наступного циклу, коли ключ К замикається і напруга  $u_c = \frac{E}{2} + A e^{-t/\tau}$ .

При  $t_2 = T - t_1$  постійна процесу розряду  $A = \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2}$  і напруга на конденсаторі при розряді визначається виразом:

$$u_c = \frac{E}{2} + \left[ \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2} \right] e^{-t/\tau_1} \quad (5)$$

Початкова умова для процесу заряду визначається виразом:

$$u_{c|t=t_1} = \frac{E}{2} + \left[ \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2} \right] e^{-t_1/\tau_1}. \quad (6)$$

Тоді постійна нового процесу заряду  $A = -\frac{E}{2} + \left[ \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2} \right] e^{-t_1/\tau_1}$ , а напруга на конденсаторі в кінці заряду дорівнює:

$$u_{c|t=t_1} = E + A e^{-t_2/\tau_2} = E + \left\{ -\frac{E}{2} + \left[ \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2} \right] e^{-t_1/\tau_1} \right\} e^{-t_2/\tau_2}. \quad (7)$$

Для нового циклу розряду постійна  $A = \frac{E}{2} + \left\{ -\frac{E}{2} + \left[ \frac{E}{2} + \left(-\frac{E}{2} + \frac{E}{2} e^{-t_1/\tau_1}\right) e^{-t_2/\tau_2} \right] e^{-t_1/\tau_1} \right\} e^{-t_2/\tau_2}$ .

Цього достатньо, щоб встановити загальні закономірності зміни  $u_H = u_c$  в кожному циклі прийемо для спрощення  $t_1 = t_2 = T/2$  і врахуємо, що  $\tau_2 = 2\tau_1$ .

В загальній формулі напруги  $u_{u(k)} = u_{c(k)} = \frac{E}{2} + A_k e^{-t/\tau_1}$  постійні будуть:

$$A_1 = \frac{E}{2}; A_2 = \frac{E}{2} - \frac{E}{2} e^{-T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-3T/4\tau_1}; A_3 = \frac{E}{2} - \frac{E}{2} e^{-T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-3T/4\tau_1} - \frac{E}{2} e^{-5T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-7T/4\tau_1};$$

$$A_4 = \frac{E}{2} - \frac{E}{2} e^{-T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-3T/4\tau_1} - \frac{E}{2} e^{-5T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-7T/4\tau_1} - \frac{E}{2} e^{-9T/4\tau_1} + \frac{E}{2} e^{-11T/4\tau_1}. \quad (8)$$

Бачимо, що, за виключенням  $A_1$ , всі постійні містять експоненти з непарними степенями, причому, кожна наступна постійна відрізняється від попередньої двома експонентами, перед першою з них стоїть знак мінус, а перед другою знак плюс. Кількість експонент визначається формулою  $2(k-1)-1$ . Степінь останньої експоненти для довільного  $A_k$  визначається числом  $4(k-1)-1$ .

Особливість схеми рис. 2, а є те, що до початку кожного нового циклу конденсатор не встигає за час  $T-t_1$  зарядитися до початкового значення напруги в попередньому циклі, але через достатню кількість періодів (циклів) схема прийде до якогось сталого режиму. Якщо позначити  $e^{-T/4\tau_1} = a$ , то для  $A_k$  можна записати:

$$A_k = \frac{E}{2} (1 - a^1 + a^3 - a^5 + a^7 - a^9 + a^{11} - \dots + a^{4(k-1)-1}) = \frac{E}{2} C_k. \quad (9)$$

Важливо визначити, яким стане  $A_k$  після завершення перехідного процесу (процесів розряду-заряду) в сталому режимі. Тоді розглянемо два степеневих ряди:

$$-(a^1 + a^5 + a^9 + a^{13} + a^{17} + \dots). \quad (10)$$

$$+(a^3 + a^7 + a^{11} + a^{15} + a^{19} + \dots). \quad (11)$$

В геометричній прогресії (10)  $b_1 = a^1$  і  $q = a^4$ , тоді сума членів ряду при  $n \rightarrow \infty$   $S_1 = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a^1}{1-a^4}$ .

В геометричній прогресії (11)  $b_1 = a^3$  і  $q = a^4$ , тоді сума членів ряду при  $n \rightarrow \infty$   $S_2 = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a^3}{1-a^4}$ .

Отже:

$$A_{n=\infty} = \frac{E}{2} \left( 1 - \frac{a^1}{1-a^4} + \frac{a^3}{1-a^4} \right). \quad (12)$$

Взявши у виразі для  $a = e^{T/4\tau_1}$ , в якості прикладу  $T = \frac{\tau_1}{5}$ ;  $T = \frac{\tau_1}{10}$ ;  $T = \frac{\tau_1}{25}$ , ми для всіх випадків отримали  $A_{n=\infty} = \frac{E}{2} \cdot 0,5 = 0,25E$ , тобто  $C_n = 0,5$ . Порівняємо енергії в навантаженні за один цикл ( $\Delta t = T$ ) для двох схем. Для схеми без конденсатора:

$$W = \frac{1}{R_H} \left( \frac{E}{2} \right)^2 T = 0,25 \frac{E^2 T}{R_H}. \quad (13)$$

Для схеми з конденсатором, взявши  $A_k = c_k \frac{E}{2}$ , отримаємо  $U_{ck} = \frac{E}{2} + c_k \frac{E}{2} e^{-t/\tau_1}$ , а енергія дорівнює:

$$W_2 = \frac{1}{R_H} \int_0^{T/2} \left( \frac{E}{2} + c_k \frac{E}{2} e^{-t/\tau_1} \right)^2 dt = \frac{1}{R_H} \left[ \frac{E^2 T}{4} + \frac{c_k E^2}{2} \tau_1 (1 - e^{-T/2\tau_1}) + \frac{c_k^2 E^2}{4} \tau_1 (1 - e^{-T/\tau_1}) \right]. \quad (14)$$

Виберемо  $\tau_1 = 5T$ , тоді енергія  $W_2 = \frac{E^2 T}{8R_H} (1 + 2c_k + 0,9c_k^2)$ , а враховуючи, що для сталого режиму

встановлено  $c_k \approx 0,5$ , тоді отримаємо вираз для розрахунку енергії  $W_2 = 0,278 \frac{E^2 T}{8R_H}$ . Збільшення енергії становить близько 11%. Зрозуміло, що в перехідному процесі енергія в схемі з конденсатором буде значно перевищувати  $W_1$ . Так, в першому циклі  $K=1$  і  $W_{2(1)} = 0,48 \frac{E^2 T}{R_H}$ , а другому циклі  $K=0,91$  і  $W_{2(2)} = 0,44 \frac{E^2 T}{R_H}$ , тому за перших 5 циклів сумарна енергія перевищує  $W_1$  в 1,66 разів. Якщо  $R_H < R_0$ , то в сталому режимі перевага другої схеми буде більша, а при  $R_H > R_0$  результат може бути негативним тому, що збільшується

$U_H = \frac{R_H}{R_H + R_0}$  і менша різниця між  $u_c(0)$  та  $U_H$  для кожного нового циклу. На енергію впливає наявність «паузи» напруги в навантаженні другої схеми.

Наприклад, при  $R_H = 3R_0$  для першої схеми  $U_H = \frac{3}{4}E$ , а для другої схеми  $\tau_1 = \frac{3}{4}R_0C$  та  $\tau_2 = R_0C$ .

Аналіз показує наступний результат, наприклад, для 6-го циклу при  $t_1 = t_2 = \frac{T}{2}$ :

$$A_6 = \frac{E}{4} \left( 1 - e^{-3T/8\tau_1} + e^{-7T/8\tau_1} - e^{-10T/8\tau_1} + e^{-14T/8\tau_1} - e^{-17T/8\tau_1} + e^{-21T/8\tau_1} - e^{-24T/8\tau_1} + e^{-28T/8\tau_1} - e^{-31T/8\tau_1} + e^{-35T/8\tau_1} \right). \quad (15)$$

Отже для  $A_{n \rightarrow \infty}$  можна записати:

$$A_{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{4}E - \frac{1}{4}E \left( e^{-3T/8\tau_1} + e^{-10T/8\tau_1} + e^{-17T/8\tau_1} + \dots \right) + \frac{1}{4}E \left( e^{-7T/8\tau_1} + e^{-14T/8\tau_1} + e^{-21T/8\tau_1} + \dots \right) = \frac{1}{4}E - \frac{1}{4}ES_1 + \frac{1}{4}ES_2; \quad (16)$$

Якщо  $a = e^{-T/8\tau_1}$ , то при  $\tau_1 = 5T$  та  $a = e^{-1/40} = 0,9753$  матимемо:

$$A_n = \frac{1}{4}E - \frac{1}{4}E \left( a^3 + a^{10} + a^{17} + a^{24} + \dots \right) + \frac{1}{4}E \left( a^7 + a^{14} + a^{21} + a^{28} + \dots \right) = \frac{1}{4}E - \frac{1}{4}E \frac{a^3}{1-a^7} + \frac{1}{4}E \frac{a^7}{1-a^7} = 0,1125E \quad (17)$$

Тоді в сталому режимі для  $0 \leq t \leq t_1$  напруга на навантаженні дорівнює  $u_H = u_c = \frac{3}{4}E + 0,1125Ee^{-t/\tau_1}$ . Порівняння енергії для двох схем за один цикл показує, що для другої схеми енергія в опорі навантаження буде в 1,53 разу менша, ніж для першої схеми.

При  $R_H = 0,5R_0$  для схеми без конденсатора напруга  $U_H = \frac{1}{3}E$ , а енергія  $W_1 = \frac{U_H^2}{R_H}T = \frac{1}{9} \frac{E^2T}{R_H}$ .

Для схеми із конденсатором  $U_{Cnp} = \frac{1}{3}E$ , тоді формула  $u_c$  для розряду буде мати вигляд:

$$u_{c(n)} = \frac{1}{3}E + C_n \frac{2}{3}Ee^{-t/\tau_1}, \quad (18)$$

де  $\tau_1 = \frac{R_0C}{3}$ ;

$$C_n = 1 - e^{-T/6\tau_1} + e^{-4T/6\tau_1} - e^{-5T/6\tau_1} + e^{-8T/6\tau_1} - e^{-9T/6\tau_1} + e^{-12T/6\tau_1} - \dots = 1 - \left( a^1 + a^5 + a^9 + a^{13} + \dots \right) + \left( a^4 + a^8 + a^{12} + a^{16} + \dots \right); \quad a = e^{-T/6\tau_1}$$

Для нескінченної кількості циклів  $C_{n \rightarrow \infty} = 1 - \frac{a^1}{1-a^4} + \frac{a^4}{1-a^4}$  та  $T = 5\tau_1$ , отримаємо  $C_{n \rightarrow \infty} = 0,1763$ .

Тоді енергія  $W_2 = \frac{1}{R_H} \int_0^{T/2} \left( \frac{1}{3}E + C_n \frac{2}{3}Ee^{-t/\tau_1} \right)^2 dt = 0,136 \frac{E^2T}{R_H}$ , а збільшення енергії становить  $W_2 / W_1 = 1,22$  разу.

## ВИСНОВКИ

1. Імпульсний режим роботи джерела постійної напруги із конденсатором є більш ефективним для передачі енергії в активний опір навантаження, але його доцільно застосовувати лише при  $R_H \leq R_0$ .

2. Максимальне збільшення енергії, яка виділяється на активному опорі навантаження (для  $R_H = 0,5R_0$ ) при імпульсному режимі роботи джерела постійної напруги із конденсатором, становить  $W_2 / W_1 = 1,22$  разу по відношенню до режиму роботи джерела постійної напруги із активним навантаженням без конденсатора.

## Література

- Атабеков Г.И. Основы теории цепей / Атабеков Г.И. – М. : Энергия, 1969. – 427 с.
- Попов В.П. Основы теории цепей / Попов В.П. – М. : Высшая школа, 1985. – 496 с.

Рецензія/Peer review : 22.7.2016 р.

Надрукована/Printed : 26.8.2016 р.

Рецензент: д.т.н. Бойко Ю. М.