

ПЕРЕВАГИ ТА ВИКЛИКИ ВИКОРИСТАННЯ ЛАНЦЮГОВОЇ ЛІНІЇ В ПРОЄКТУВАННІ БУДІВЕЛЬ

Безклубенко І. С.¹, Баліна О. І.², Буценко Ю. П.³, Мащенко А. О.⁴, Серпінська О. І.⁵

^{1,2,5}Київський національний університет будівництва і архітектури
03680, Київ, проспект Повітряних Сил, 31

³м. Київ, НТУ України «Київський політехнічний інститут» ім. І. Сікорського

⁴м. Варшава, Варшавський університет

Uniwersytet Warszawski Krakowskie Przedmieście 26/28, 00-927 Warszawa

E-mail: ¹i.bezklubenko@gmail.com, ²elena.i.balina@gmail.com

³armchairdoc@ukr.net

⁴mashchenko.nastya@gmail.com, ⁵o.serpinska@gmail.com.

У світі, де людина зводить свої споруди, ми часто шукаємо ідеальні геометричні форми. Проте найміцніші та найефективніші конструкції, які існують, були винайдені не людським розумом, а самою природою. Згадайте павутиння, вигнутий стовбур дерева чи витончений вигин пташиного крила. Усі вони підкоряються фундаментальним законам фізики, оптимізуючи співвідношення між міцністю та вагою.

Однією з найбільш елегантних та інженерно досконалих природних кривих є ланцюгова лінія, або катенарія. Це форма, яку набуває звичайний ланцюг, підвішений між двома точками. І саме вона, перевернута догори, стає ідеальною аркою, в якій сили розподіляються виключно через стиснення. Як влучно зауважив великий архітектор і прихильник органічної архітектури, Антоніо Гауді: «Ніхто не повинен намагатися виправити природу. Те, що ми повинні робити, – це імітувати її».

Саме наслідування цієї природної, математично довершеної кривої лежить в основі використання катенарії для створення архітектурних шедеврів, що поєднують виняткову міцність та неповторну естетику.

Ланцюгова лінія (лат. *catenaria* – ланцюг) — це крива, форму якої набуває ідеально гнучка, однорідна, нерозтяжна важка нитка або ланцюг, кінці якого закріплені та які висять під дією сили власної ваги в однорідному гравітаційному полі.

У прямокутній системі координат рівняння катенарії описується за допомогою гіперболічного косинуса:

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right) = a \cdot \frac{e^{x/a} + e^{-x/a}}{2},$$

де y – вертикальна координата; x – горизонтальна координата; a – параметр, що визначається фізичними характеристиками ланцюга (горизонтальна складова натягу) і впливає на «плоскість» кривої.

Протягом тривалого часу катенарію помилково ототожнювали з параболою. Справжню природу кривої вперше визначили математики XVII ст., серед яких був Готфрід Вільгельм Лейбніц. Ключове інженерне відкриття належить Роберту Гуку, який сформулював принцип: «Яким є висячий ланцюг, такою має бути і перевернута арка» [1].

Актуальність використання ланцюгової лінії у сучасному проектуванні будівель та споруд визначається трьома ключовими факторами:

1. Конструктивна ефективність: катенарія є ідеальною формою для сил стиснення, забезпечуючи максимальну міцність при мінімізації згинальних моментів.

2. Економічність: ефективний розподіл сил дозволяє значно зменшити обсяги необхідних будівельних матеріалів, що важливо для сталого будівництва.

3. Естетика: органічна, елегантна форма надає спорудам виразності та унікального стилю.

Головною перевагою катенарії є її здатність до оптимального розподілу сил. У вільно підвішеному ланцюзі навантаження від власної ваги перетворюється на чистий натяг, спрямований уздовж кривої. Це ідеальна конструкція на розтяг. Коли катенарію перевернути, вона стає ідеальною формою для арки, що несе рівномірне вертикальне навантаження. У такій конструкції сили розподіляються виключно через стиснення (компресію) вздовж товщі арки [2].

Цей принцип гарантує, що лінія тиску збігається з геометричною віссю арки. Як наслідок, внутрішні сили, що спричиняють згинання або зсув, зведені до мінімуму. Це дозволяє використовувати матеріали (наприклад, камінь чи неармований бетон), які мають високу міцність на стиск, максимально ефективно.

Завдяки цієї властивості катенарія широко застосовується при проектуванні будівель та в інженерії [3].

Найпоширенішим застосуванням катенарії є її інвертована форма, а саме катенарна арка, яка є ідеальною формою для опору стисненню, що дозволяє будувати тонші, легші та міцніші склепіння. Яскравим прикладом може слугувати архітектура Гауді: Колони та склепіння у багатьох його будівлях (Каса Міла, Крипта в Колонії Гюелль) є катенарними арками, що забезпечує їхню конструктивну цілісність [4].

В інженерії катенарні арки часто використовуються в будівництві промислових печей та тунелів, де потрібна максимальна стійкість до навантажень і температур [5].

Принцип катенарії поширюється і на тривимірні форми, створюючи оптимізовані оболонкові конструкції:

Арка «Ворота на Захід» (Gateway Arch): Монумент у Сент-Луїсі є видатним прикладом узагальненої (зваженої) катенарії. Його форма

була спроектована таким чином, щоб навантаження власної ваги розподілялося вздовж поверхні.

Використання катенарних або близьких до них форм дозволяє створювати легкі бетонні оболонки великих прольотів (наприклад, дахи виставкових центрів), які є надзвичайно жорсткими завдяки формі, а не масивності.

Пряма катенарія у своєму оригінальному вигляді (як лінія натягу) використовується у підвісних конструкціях.

По-перше, це підвісні мости та кабелі. Слід зауважити, що хоча несучі кабелі великих мостів, які несуть рівномірно розподілене по довжині полотно, більше наближені до параболи, чиста катенарія є їхньою теоретичною основою. Вона також ідеально описує форму несучих кабелів у простих підвісних системах [6, 7].

По-друге, це тентові конструкції: Криві ланцюгової лінії лежать в основі розрахунків форм для легких текстильних дахів та мембран, де натяг має бути рівномірно розподілений для забезпечення стійкості.

Отже, переваги використання катенарії наступні:

1. Надзвичайна конструктивна міцність: забезпечення стійкості завдяки роботі матеріалу на чисте стиснення.

2. Економічна ефективність матеріалів: можливість значного зменшення товщини склепінь, що веде до суттєвої економії матеріалів і коштів.

3. Естетична та органічна привабливість: створення гармонійних форм, що імітують природні процеси.

Однак поряд з перевагами використання ланцюгової лінії слід звернути увагу на деякі обмеження її практичного застосування [8, 9].

По-перше, це виготовлення складної, нетипової та дорогої криволінійної опалубки для катенарних поверхонь, що призводить до складності будівництва.

По-друге, катенарна арка створює значні горизонтальні розпорні зусилля у своїх опорах, які вимагають компенсації за допомогою контрфорсів або тяг.

По-третє, ідеальна ефективність досягається лише за рівномірного навантаження. Нерівномірний розподіл може зсунути лінію тиску з осі арки, викликаючи згинальні моменти, тобто катенарна арка чутлива до нерівномірних навантажень.

Ланцюгова лінія (катенарія) – це набагато більше, ніж математична формула; це ідеальна геометрична форма, що є прямим втіленням фундаментальних законів фізики у конструктивній геометрії. Вона слугує основним інструментом інженера як ідеальна крива для стиснутих конструкцій (при перевертанні), оскільки забезпечує максимальну міцність при мінімальному використанні матеріалів, ефективно розподіляючи сили.

У сучасному світі, що прагне до ресурсозберігаючих, легких та високоміцних споруд, роль катенарії зростає. Інноваційні технології, як-от 3D-друк бетоном, роблять економічно вигідним створення цих ідеальних криволінійних форм без традиційної складної опалубки, відкриваючи нову еру для екологічної та естетично привабливої катенарної архітектури [10].

Таким чином, ланцюгова лінія є свідченням того, що найефективніші та найміцніші інженерні рішення криються у простих, природних формах, які необхідно зрозуміти та інтегрувати для створення архітектури майбутнього.

Список використаних джерел

1. Безклубенко І., Гетун Г. Ланцюгова лінія як оптимальна форма для стійких конструкцій. *Містобудування та територіальне планування*. Київ : КНУБА, 2025. № 90. С. 285–315. URL: <http://mtp.knuba.edu.ua/issue/archive> {in Ukrainian}.

2. Гетун Г. В., Безклубенко І. С., Баліна О. І., Буценко Ю. П. Принципи конструювання та особливості статистичного розрахунку арок. *Spatiol Development*. Київ : КНУБА, 2022 (1). 43–56. URL: <https://doi.org/10.32347/2786-7269.2022.1.43-55>. {in Ukrainian}.

3. Гетун Г. В., Безклубенко І. С., Соломін А. В. Аналіз та класифікація сучасних конструкцій великопрогонових покриттів будівель. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування*. Київ : КНУБА, 2023. № 65. С. 216–225. URL: <http://archinform.knuba.edu.ua/issue/view/17525> {in Ukrainian}.

4. Гетун Г. В., Безклубенко І. С., Соломін А. В., Баліна О. І. Особливості об'ємно-планувальних рішень захисних споруд цивільного захисту. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування*. Київ : КНУБА, 2023. № 67. С. 216–225. URL: <https://doi.org/10/32347/2077-3455.2023/67.203-220> {in Ukrainian}.

5. Гетун Г. В., Колякова В. М., Соломін А. В., Безклубенко І. С. Особливості проектування сталевих сейсмостійких конструкцій висотних будівель. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. Київ : КНУБА, 2022. № 11. С. 18–31. URL: <https://DOI:10/32347/2522-4182/11/2022/18-31>

6. Getun G., Butsenko Y., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель. *Strength of materials and theory of structures*. – 2019. – Issue 102, p. 243–251. <https://DOI:10/32347/2410-2547>, 2019.102.243-251

7. Гетун Г. В., Колякова В. М., Соломін А. В., Безклубенко І. С. Конструктивні рішення вибухостійких будівель з приміщеннями ци-

вільного захисту. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. Київ : КНУБА, 2023. № 11. С. 41–50. URL: <https://DOI:10.32347/2522-4182/11/2022/18-31>

8. Безклубенко І. С., Гетун Г. В. Катенарія та її практичне застосування в будівництві. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2025. № 109. С. 3–17. URL: <http://ageg.knuba.edu.ua/issue/archive> {in Ukrainian}.

9. Galina Getun, Iryna Bezklubenko, Vira Koliakova, Olena Valina. Індустріальний розвиток Києва у другій половині XIX ст. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. Київ : КНУБА, 2020. № 6. С. 22–33. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.6.2020.22-33>. {in Ukrainian}.

10. Безклубенко І. С., Баліна О. І., Мащенко А. О. Катенарія в архітектурі: математика і краса ідеальної арки. *Зб. тез доп. Міжнародної науково-практичної конференції «Інтеграція науки, освіти, технологій і суспільного розвитку: стратегічні виклики та перспективи»*. Полтава, 30 жовт. 2025, С. 155–158. URL: <https://www.economics.in.ua/2025/10/30.html> {in Ukrainian}.