УДК 621.002

А.В. ГОРОШКО
Хмельницький національний університет

МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ РОТОРІВ

В роботі запропоновано методи підвищення точності розв'язків дискретних лінійних обернених задач шляхом балансування матриць систем лінійних рівнянь і масштабування їх коефіцієнтів. Методи дозволяють покращити обумовленість матриць і стійкість одержуваних розв'язків. Методи були застосовані для ідентифікації ексцентриситетів і пружно-інерційних характеристик ротора турбонасосного агрегату, вібрації якого перевищували допустимий рівень. Ідентифіковані з прийнятною точністю значення дозволили провести балансування ротора в трьох площинах корекції шляхом установки коригувальних мас на дисках. В результаті зрівноваження максимальні прогини вала ротора в діапазоні 2000–18000 об/хв знижені приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор - в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала – в 3,5 разу, а динамічні - в 3 рази.

Ключові слова: дискретні обернені задачі, ідентифікація, ексцентриситети, точність, стійкість розв'язків, ротор, турбонасосний агрегат.

ANDRII VOLODYMYROVYCH GOROSHKO
Khmelnytskyi National University, Ukraine

METHODS OF INCREASING THE ACCURACY PARAMETRIC IDENTIFICATION ROTOR

In the proposed methods to improve the accuracy of solutions of discrete linear inverse problems by balancing matrices of linear systems of equations and their scaling factors. The methods can significantly improve the conditioning of the matrix and the solutions obtained resistance. The methods were applied to identify the eccentricities and elastic-inertial characteristics of the rotor of the turbopump unit, vibrations that exceed the allowable level. Identified value allowed a rotor balancing in three planes of correction by setting correction masses on the disks. As a result of balancing the maximum deflection of the rotor shaft in the range 2000–18000 rpm reduced by about 6 times, the amplitude of vibration supports – 4 times the static tension in the material of the shaft – 3.5 times, and dynamic – 3 times.

Keywords: discrete inverse problems, identification, eccentricities, accuracy, stability of solutions, rotor, turbopump unit.

Постановка проблеми. Різні дослідження показують, що більше 40% аварій турбомашин викликані підвищеними вібраціями їх деталей. Сучасні CAD-системи, такі як Solidworks і Ansys, добре зарекомендували себе при вирішенні деяких завдань проектування турбомашин, але в задачах балансування готових машин вони можуть лише виступати інструментом в руках дослідника. У згаданих програмних комплексах, що базуються на методі скінченних елементів, розроблені ефективні алгоритми модального аналізу, який включає визначення критичних частот ротора та форм його коливань. Однак модальний аналіз є прямою задачею, а для ідентифікації жорсткостей опор ротора та ексцентриситетів за результатами експериментів необхідно вміти ефективно розв'язувати відповідні обернені задачі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Більшість роторів сучасних турбомашин балансують з урахуванням їх гнучкості під час експлуатації, оскільки для них не ефективні методи балансування жорстких роторів в двох крайніх площинах корекції на низько обертових балансувальних верстатах [1, 2]. Такі ротори балансують на робочих швидкостях і не в двох, а в трьох і більше площинах корекції, прагнучи виявити, а потім компенсувати дисбаланси, які тим чи іншим чином розподілені по довжині ротора. Для цього спочатку вимірюють деформації по всій довжині ротора або в деяких місцях, де можуть бути зосереджені найбільші дисбаланси [3]. Найчастіше в цих місцях вимірюють прогини ротора, за якими розраховують ексцентриситети і відповідні їм значення дисбалансів, а потім і врівноважують вантажі [4].

Ідентифікація ексцентриситетів за виміряними прогинами є оберненою задачею. Тут за наслідком (виміряним прогинам) необхідно знайти причини (ексцентриситети ротора). Оберненим задачам ідентифікації ексцентриситетів притаманні складності, які виникають внаслідок некоректної постановки обернених задач. На жаль, в літературі приділено недостатньо уваги методам подолання проблем, що виникають при розв'язанні задач ідентифікації ексцентриситетів реальних роторів турбомашин. Зокрема, з причини поганої обумовленості систем лінійних рівнянь, які потребують розв'язання, отримані розв'язки можуть бути нестійкими, а ідентифіковані значення параметрів – неточними [5]. Без застосування спеціальних прийомів підвищення стійкості і зменшення розсіяння отриманих шуканих значень методи ідентифікації ексцентриситетів можуть бути неефективними.

Рис. 1. Турбонасосний агрегат

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Об'єктом досліджень був турбонасосний агрегат (ТНА) (рис. 1). Оскільки балансування ротора на низько обертових верстатах в двох площинах корекції не приводило до бажаних результатів [6], було вирішено балансувати цей ротор на експлуатаційних обертах у трьох площинах корекції, де зосереджені найбільші маси, а саме площинах двох дисків компресора 2 і 3 і диску турбіни 1.

Балансування має на миті виявити а потім компенсувати дисбаланси, які тим чи іншим чином розповсюджені по довжині ротора. Для цього спочатку вимірюють деформації по всій довжині ротора, або в деяких місцях, де можуть зосереджуватись найбільші дисбаланси.

Частіше всього в цих місцях вимірюють прогини ротора, за якими розраховують ексцентриситети і відповідні їм значення дисбалансів, а потім і зрівноважувальні вантажі.

Задача полягає у ідентифікації за результатами виміряних у трьох перерізах прогинів ротора величини і місця розташування ексцентриситетів (дисбалансів) кожної з мас для подальшої установки компенсувальних вантажів, що їх врівноважують.

Постановка задачі досліджень. Відомі інтегро-диференціальні залежності теорії згину дозволили описати рівняння руху ротора, в результаті чого для кожного з трьох перерізів ротора в проекціях на дві взаємно перпендикулярні площини були записані рівняння, які пов'язують невідомі розподіли жорсткостей EJ, мас m і проекціями e_y і e_x ексцентриситетів e з прогинами y вала ротора [7].

$$\alpha_0 K''_{zz}(Z,\omega_j) + 2\alpha_1 K'(Z,\omega_j) + \alpha_2 K(Z,\omega_j) - e_y\omega_j^2 = \omega_j^2 y, \tag{1}$$

де $\alpha_i = \alpha_i(Z) = \dfrac{1}{m}\cdot\dfrac{d^{(i)}EJ}{dZ^i}$, i=0,1,2, $K(Z,\omega) = y''/\left[1+(y')^2\right]^{3/2}$ – кривизна пружної лінії ротора, Z – координата перерізу ротора, що відраховується вздовж вісі обертання. Шуканими невідомими є коефіцієнти $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, e_x, e_y$.

Таблиця 1

Системи лінійних рівнянь типу (1)

№ перерізу	вісь	Система рівнянь	$cond(\mathbf{A})$
1	OY	$\begin{bmatrix} -6\cdot10^{-8} & 13,34\cdot10^{-6} & 132,86\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ -9\cdot10^{-8} & 20,02\cdot10^{-6} & 161,13\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ -6\cdot10^{-8} & 15,01\cdot10^{-6} & 138,41\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ -9\cdot10^{-8} & 20,02\cdot10^{-6} & 161,09\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8285 \\ -10363 \\ -11209 \\ -12352 \end{bmatrix}$	$1,4\cdot10^{15}$
	OX	$\begin{bmatrix} 0,7\cdot10^{-8} & -22,52\cdot10^{-6} & -96,44\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ 8\cdot10^{-8} & -13,2\cdot10^{-6} & -73,25\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ 4\cdot10^{-8} & -4,66\cdot10^{-6} & -29,02\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ 3\cdot10^{-8} & -6,3\cdot10^{-6} & -36,82\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 654,1 \\ 1233,7 \\ 1334,4 \\ 1122,9 \end{bmatrix}$	$5,0\cdot10^{14}$
2	OY)	$\begin{bmatrix} 3,9\cdot10^{-8} & 0,1\cdot10^{-6} & -180,2\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ 5,8\cdot10^{-8} & 0,1\cdot10^{-6} & -32,7\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ 8,1\cdot10^{-8} & 0,43\cdot10^{-6} & -86,6\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ 14,1\cdot10^{-8} & 0,55\cdot10^{-6} & -141,2\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1744,2 \\ 2960,9 \\ 3202,5 \\ 6176,2 \end{bmatrix}$	$1,7\cdot10^{14}$
	OX	$\begin{bmatrix} 0,97\cdot10^{-8} & 44,45\cdot10^{-6} & 267,6\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ 0,54\cdot10^{-8} & 35,56\cdot10^{-6} & 108,8\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ 0,43\cdot10^{-8} & 28,45\cdot10^{-6} & 48,7\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ 0,1\cdot10^{-8} & -16,23\cdot10^{-6} & 40,5\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2180,2 \\ -3701,1 \\ -3202,5 \\ -561,5 \end{bmatrix}$	$6,4\cdot10^{15}$
3	OY	$\begin{bmatrix} -80\cdot10^{-8} & -7,7\cdot10^{-6} & -90,71\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ -80\cdot10^{-8} & -11,56\cdot10^{-6} & -83,13\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ -80\cdot10^{-8} & -9,64\cdot10^{-6} & -86,94\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ -80\cdot10^{-8} & -9,64\cdot10^{-6} & -80,31\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2180,2 \\ -3701,1 \\ -3202,5 \\ -561,5 \end{bmatrix}$	$2,1\cdot10^{14}$
	OX	$\begin{bmatrix} 10\cdot10^{-8} & 12\cdot10^{-6} & 34,95\cdot10^{-6} & -218\cdot10^{4} \\ 44\cdot10^{-8} & 24\cdot10^{-6} & 17,32\cdot10^{-6} & -246\cdot10^{4} \\ 32\cdot10^{-8} & 24\cdot10^{-6} & 34,58\cdot10^{-6} & -267\cdot10^{4} \\ 10\cdot10^{-8} & 21\cdot10^{-6} & 57,98\cdot10^{-6} & -280\cdot10^{4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1090,1 \\ 1480,4 \\ 2135,0 \\ 561,5 \end{bmatrix}$	$3,5\cdot10^{3}$

Для ідентифікації жорсткісних, масових і інерційних характеристик ротора на чотирьох різних частотах обертання $\omega_1 = 14100$ об/хв, $\omega_2 = 15000$ об/хв, $\omega_3 = 15600$ об/хв, $\omega_4 = 16000$ об/хв вимірювали і обчислювали значення проекцій прогинів $y_j,\ j=\overline{1,4}$ валу ротора, а також розраховували чотири перші похідні $y_j, y_j', y_j'', y_j''', y_j^{IV}, j=\overline{1,4}$, складали по дві системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) типу (1) для кожного із розрахункових перерізів 1,2,3, в яких ідентифікували ексцентриситети, жорсткості і маси. Матричні рівняння розглянутих лінійних дискретних обернених задач типу

$$\mathbf{AX}=\mathbf{Y} \tag{2}$$

наведені у таблиці 1. Число обумовленості матриць складених систем рівнянь $cond(\mathbf{A})$ є дуже великим, матриці є погано обумовленими. Очевидним є факт, що отриманий розв'язок такої задачі не може вважатись надійним, оскільки відносна похибка розв'язку $\mathbf{X}$ задачі може бути збільшена в $cond(\mathbf{A})$ разів у порівнянні з похибками виміряних величин $\mathbf{Y}$.

Покращення обумовленості систем лінійних рівнянь шляхом балансування матриці. Під час розв'язання погано обумовлених СЛАР інженеру-дослідникy зручно, не вдаючись до особливостей задачі, мати дієві засоби покращення точності і надійності отриманих розв'язків шляхом зменшення числа обумовленості відповідних матриць. Один із шляхів розв'язання цієї проблеми представлений нижче.

В реальних обернених задачах, що виникають на практиці, значення коефіцієнтів $a_{ij},\ i=1,2,...,m,\ j=1,2,...,n$ матриці $\mathbf{A}$ часто можуть значно відрізнятись. Різниця може складати декілька порядків і більше. В цьому разі внаслідок значної різниці у нормах строк і стовпців матриця $\mathbf{A}$ перестає бути збалансованою, що приводить до погіршення її обумовленості. Така обумовленість не пов'язана з близькістю матриці до виродженої, і її можна покращити шляхом балансування строк і стовпців матриці. Одним із шляхів вирішення цієї проблеми є масштабування шуканих величин таким оптимальним шляхом, щоб коефіцієнти a_{ij} у строках і стовпцях мали один порядок. Наприклад, матрицю $\mathbf{A}$ можна подати у вигляді матриці з експоненціальними коефіцієнтами, а відповідну СЛАР (2) у вигляді

$$\begin{bmatrix} a_{11}\cdot 10^{p_1} & a_{12}\cdot 10^{p_2} & \dots & a_{1n}\cdot 10^{p_n} \\ a_{21}\cdot 10^{p_1} & a_{22}\cdot 10^{p_2} & \dots & a_{2n}\cdot 10^{p_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}\cdot 10^{p_1} & a_{n2}\cdot 10^{p_2} & \dots & a_{nn}\cdot 10^{p_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, \tag{3}$$

де a_{ij} – мантиси відповідних коефіцієнтів, $p_1, p_2, ..., p_n$ – порядок числа, $p\in\mathbf{Z}$. Якщо $p_i,\ i=1,2,...,n$ значно відрізняються один від одного, матриця буде мати погану обумовленість. Перехід до нових змінних $\mathbf{X}=\left[x_1\cdot 10^{p_1}, x_2\cdot 10^{p_2}, ..., x_n\cdot 10^{p_n}\right]^T$ перетворює матрицю $\mathbf{A}$ на збалансовану, при цьому її число обумовленості суттєво зменшиться.

Покращення обумовленості систем лінійних рівнянь шляхом масштабування коефіцієнтів. Крім того, можна показати, що залежність числа обумовленості від еквівалентних перетворень рівнянь СЛАР удавана, тобто дійсна обумовленість матриць $\mathbf{A}$ і $\mathbf{A}'$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \text{ і } \mathbf{A}'=\begin{bmatrix} k_1a_{11} & k_1a_{12} & \dots & k_1a_{1n} \\ k_2a_{21} & k_2a_{22} & \dots & k_2a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_na_{n1} & k_na_{n2} & \dots & k_na_{nn} \end{bmatrix},\ k_i\in\mathbb{R},\ i=\overline{1,n}$$

однакова, хоча числа обумовленості цих матриць і різні $cond(\mathbf{A})=\|\mathbf{A}\|\cdot\|\mathbf{A}^{-1}\|\neq cond(\mathbf{A}')=\|\mathbf{A}'\|\cdot\left\|(\mathbf{A}')^{-1}\right\|$.

Нехтування цим фактом веде до грубих оцінок похибок розв'язку, особливо якщо це стосується повторень проведення дорогих експериментів для накопичення додаткової інформації щодо об'єкту, як пропонується у [8].

Між тим доречним є вибір такого вектора коефіцієнтів $\mathbf{K}=[k_i]_{1\times n}$, при якому матриця еквівалентної СЛАР $\mathbf{A}'$ з строками $\mathbf{A}'(j,:)=\mathbf{A}(j,:)k_j, j=\overline{1,n}$, мала б найменше із можливих число обумовленості $cond(\mathbf{A}')$. Це забезпечило б найкращу оцінку і таку, що найбільш близька до дійсної похибки розв'язку. В цьому разі замість (2) розв'язанню підлягає система $\mathbf{A}'\mathbf{X}=\mathbf{Y}\times diag\{k_1,k_2,...,k_n\}$.

Отже, пропонується знайти такий оптимальний вектор $\mathbf{K}$, при якому досягається $\min\limits_{\mathbf{K}} cond(\mathbf{A}')$. Це можна здійснити, наприклад, одержавши аналітичну залежність числа обумовленості від $\mathbf{K}$ і знайшовши мінімум функції $cond(\mathbf{A}')$, продиференціювавши її та прирівнявши до 0. Однак при $n>2$ такий шлях на практиці дуже проблематичний.

Іншим, набагато зручнішим для комп'ютерної реалізації способом є приведення цієї задачі до задачі векторної оптимізації. Позначимо скалярну функцію $f(\mathbf{K})=cond(\mathbf{A}')$. Ставиться задача пошуку такого вектора $\mathbf{K}$, який оптимізує векторну функцію

$$\min_{\mathbf{K}}\left\{f_1(\mathbf{K}), f_2(\mathbf{K}), ..., f_k(\mathbf{K})\right\},\ k \ge 2, \tag{4}$$

елементи якої відповідають цільовим функціям $f(\mathbf{K}) = cond(\mathbf{A}')$.

Цю задачу можна розв'язати, наприклад, в комп'ютерному середовищі Matlab, використовуючи функцію *fminunc.* Функція здійснює пошук мінімуму скалярної функції декількох змінних, стартуючи з деякої початкової точки. В загальному, виконує нелінійну оптимізацію без обмежень, використовуючи метод градієнтів і квазіньютонівський метод [9].

Розв'язання оберненої задачі ідентифікації ексцентриситетів ротора турбонасосного агрегату. Аналіз матриць $\mathbf{A}$ у таблиці 1 показує, що їх погана обумовленість викликана не лише близькістю системи до виродженої, але і величезною різницею у порядку коефіцієнтів, тобто різницею значень норм строк матриці. Для балансування матриць застосуємо масштабування коефіцієнтів за допомогою співвідношення (3), для чого припустимо, що шукані невідомі наступні: $\alpha_0' = \alpha_0 \cdot 10^{-11}$, см^4/с^2, $\alpha_1' = \alpha_1 \cdot 10^{-9}$, см^3/с^2, $\alpha_2' = \alpha_2 \cdot 10^{-8}$, см^2/с^2, - $e_y' = e_y \cdot 10^2$, см, а $\mathbf{B}' = \mathbf{B} \cdot 10^{-3}$. Шляхом масштабування коефіцієнтів СЛАР одиниць вимірювання, вдалося покращити обумовленість матриць систем рівнянь, складених для перерізів 1,2,3 і осей Ох та Оу (таблиця 2). Отримані матриці все ще є погано обумовленими і тому відповідні СЛАР розв'язувались із застосуванням статистичних методів забезпечення стійкості із залученням додаткових вимірювань.

Таблиця 2

Результати застосування методів покращення обумовленості

№ перерізу	вісь	$cond(\mathbf{A})$		Масштабувальний вектор	Після масштабування	
		Початкове	Після балансування		$cond(\mathbf{A})$	Відносне зменшення $cond(\mathbf{A})$
1	OY	$1,4 \cdot 10^{15}$	217	$\mathbf{K} = [1\ 1\ 1\ 1]$	217	0%
	OX	$5,0 \cdot 10^{14}$	502	$\mathbf{K} = [1\ 0{,}99\ 3{,}83\ 3{,}46]$	178	65%.
2	OY	$1,7 \cdot 10^{14}$	25	$\mathbf{K} = [1\ 3{,}46\ 4{,}48\ 3{,}07]$	19,6	22%
	OX	$6,4 \cdot 10^{15}$	118	$\mathbf{K} = [1\ 2{,}89\ 3{,}13\ 1{,}96]$	76	55%
3	OY	$2,1 \cdot 10^{14}$	176	$\mathbf{K} = [1\ \ 0.81\ \ 1.63\ \ 1.06]$	152	14%
	OX	$3,5 \cdot 10^{3}$	3453	$\mathbf{K} = [1\ \ 2.11\ \ 2.51\ \ 1.69]$	3125	10%

Оцінимо відносну похибку елементів вектора вільних членів. Елементом вектора $\mathbf{Y}$ є добуток $\omega_i^2 \cdot y_i$, $i = \overline{1,4}$. З теорії похибок відомо, що відносна похибка добутку $\delta(\omega^2 \cdot y) = \delta\omega^2 + \delta y$, а $\delta(\omega^2) = 2\delta\omega$. Враховуючи, що похибка вимірювання частоти обертання є 100 об/хв=10,47 рад/с ($\delta\omega = 0,0071$ рад/с), а похибка вимірювання прогину – 1 мкм ($\delta y = 0,026$), відносна похибка першого елементу дорівнює 4%. Отже, при розв'язанні вказаної задачі без застосування регуляризаційних прийомів можлива похибка визначення невідомих може скласти сотні процентів.

Аналіз сингулярних чисел $\mathbf{S} = [\sigma_i]_{n\times1}$ при розкладанні матриць $\mathbf{A} = \mathbf{USV}^T$ показав, що $0 < \sigma_{\min} < 1$, але коефіцієнт підсилення абсолютної похибки не є великим і дорівнює $q = 1/\sigma_{\min} = 1...5$. Аналіз спектру матриці Фішера показав, що спектр не містить власних чисел, значно менших від нуля, отже застосування статистичної регуляризації застосування фільтрації головних компонент шляхом зменшення впливу компонент з найбільшою дисперсією є недоцільним. В цьому разі ефективніше провести багатократні вимірювання і використати ОНК. Для даної задачі оцінка за методом найменших квадратів при 20-кратних вимірюваннях виявилась найкращою оцінкою.

З метою зменшення кількості систем рівнянь, що підлягають розв'язанню, був запропонований інший метод ідентифікації невідомих $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, e_x, e_y$ в кожному із трьох перерізів. Аналізуючи сумісно СЛАР, складені для осей ОХ і OY відповідно в перерізі 1, видно, що із 8 рівнянь шукають лише 5 невідомих, оскільки для обох СЛАР спільними невідомими є $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$. Цей факт дозволяє спростити розрахунки ексцентриситетів, дисбалансів і кути їх розташування шляхом розв'язання однієї СЛАР, складеної із двох СЛАР стандартними лінійними перетвореннями. Наприклад, додавши відповідні матриці лівої і правої частини двох СЛАР для перерізу 1 і утворивши 5-е рівняння шляхом додавання рівнянь, отримаємо наступну матричну систему

$$\begin{bmatrix} -5.3\cdot10^{-8} & -9.18\cdot10^{-6} & 36.42\cdot10^{-6} & -2.1802\cdot10^{6} & -2.1802\cdot10^{6} \\ -1.0\cdot10^{-8} & 6.82\cdot10^{-6} & 87.88\cdot10^{-6} & -2.4674\cdot10^{6} & -2.4674\cdot10^{6} \\ -2.0\cdot10^{-8} & 10.35\cdot10^{-6} & 109.39\cdot10^{-6} & -2.6687\cdot10^{6} & -2.6687\cdot10^{6} \\ -5.9\cdot10^{-8} & 13.72\cdot10^{-6} & 124.27\cdot10^{-6} & -2.8073\cdot10^{6} & -2.8073\cdot10^{6} \\ -8.3\cdot10^{-8} & -2.50\cdot10^{-6} & 64.65\cdot10^{-6} & -2.1802\cdot10^{6} & -2.8074\cdot10^{6} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7631 \\ -9129 \\ -9874 \\ -11229 \\ -11698 \end{bmatrix}, cond(\mathbf{A}) = 3.1\cdot10^{14}.$$

Отримана матриця $\mathbf{A}$ погано обумовлена, і число обумовленості вдалося зменшити до $cond(\mathbf{A}) = 724$ шляхом балансування матриці. Масштабування коефіцієнтів матриці за допомогою масштабувального вектора $\mathbf{K} = [1\ 2{,}94\ 2{,}64\ 1{,}19\ 1{,}19]$ дозволило отримати еквівалентну СЛАР виду

$$\begin{bmatrix} -5.3000 & -9.1799 & 0.3642 & -2.1802 & -2.1802 \\ -2.9435 & 20.0748 & 2.5868 & -7.2628 & -7.2628 \\ -5.2832 & 27.3407 & 2.8896 & -7.0498 & -7.0498 \\ -7.1679 & 16.3906 & 1.4846 & -3.3538 & -3.3538 \\ -9.9081 & -2.9844 & 0.7718 & -2.6025 & -3.3512 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_0' \\ \alpha_1' \\ \alpha_2' \\ e_x' \\ e_y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7631 \\ -2.6873 \\ -2.6084 \\ -1.3415 \\ -1.3964 \end{bmatrix}.$$

В результаті застосування методу масштабування число обумовленості зменшилось до $cond(\mathbf{A}) = 564$, тобто на 28%. Аналогічно можна утворити дві СЛАР з 5 рівнянь для перерізів 2 і 3 відповідно. При такому підході розв'язанню підлягають не 6 систем рівнянь, а лише 3.

Результати розв'язання задачі ідентифікації коефіцієнтів α_0, α_1, e_x, e_y наведені в таблиці 3. Ідентифіковані значення α_0 и α_1 дозволили більш точно, ніж при статичних випробуваннях, визначити значення жорсткостей [5]. Для цього у кожному з 3-х перерізів знайшли значення приведених мас m_i і жорсткостей EJ_i, i = 1,2,3 вала ротора у відповідності з формулами:

$$m(Z) = M\cdot\exp\left(\int_0^Z \frac{\alpha_1}{\alpha_0} dZ\right),\ \ EJ(Z) = m(Z)\cdot\alpha_0(Z),$$

де M – маса ротора.

Далі за формулами

$$D_i = M_i\sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2},\ \ \varphi_i = arctg\left(e_{yi}^2 / e_{xi}^2\right)\ \ i{=}1{,}2{,}3$$

визначали величини дисбалансів ротора і кути, що складаються ними з віссю ОХ обраної системи координат. Результати розрахунків представлені в таблиці 3. І, нарешті, використовуючи ідентифіковані дані про ексцентриситети, компенсували їх.

За ідентифікованими жорсткостями і масами був зроблений розрахунок критичних частот ротора, приведених до прийнятої динамічної моделі. Для цього за відомими значеннями EJ для ділянок ротора за допомогою інтеграла Мора розрахували значення коефіцієнтів впливу, а потім з знайшли ω_1=1732 1/с и ω_2=2625 1/с, що відповідає n_1=16500 об/хв, n_2=25080 об/хв. Різниця між першою критичною частотою обертання, розрахованою за ідентифікованими масами і жорсткостями, і критичною частотою ротора, виміряною при роботі ТНА, становить 400 об/хв, тобто 2,49% від 16100 об/хв.

Таблиця 3

Результати розв'язання оберненої задачі ідентифікації параметрів ротора ТНА

№ перерізу	Проекції ексцентриситетів		α_0, м^3/с^2	α_1, м^2/с^2	Жорсткість EJ_i, Н·м^2	Приведена маса $m_i\cdot10^{-3}$, кг/м	Дисбаланс D_i, г·см	Кут з віссю Ox φ_i, град.
1	$-5\cdot10^{-6}$	$-5{,}84\cdot10^{-6}$	185,65	-270,37	414,7	2,2	23,	95°
2	$-9\cdot10^{-6}$	$1{,}7\cdot10^{-6}$	710,65	-247,18	1594	2,0	2,48	170°
3	$-6{,}2\cdot10^{-6}$	$30\cdot10^{-6}$	280,83	-680,00	23998	8,3	30,6	102°3′

Для порівняння, різниця між дійсною критичною швидкістю ротора і отриманої в результаті розв'язання визначника вікового рівняння, складеного на основі статичних коефіцієнтів впливу, становить 3400 об/хв, тобто 21% від 16100 об/хв. Підвищення точності розрахунків у 8,4 разу стало можливим завдяки розв'язанню обернених задач із застосуванням методів забезпечення стійкості розв'язків.

Висновки

Після здійснення балансування ротора шляхом установки коригувальних мас у спеціальні місця на дисках проводився контрольний запуск на прохід від 0 до 18000 об/хв з осцилографуванням показів тензорезисторів і вібродатчиків. Обчислення показали, що максимальні статичні і динамічні напруження отримані при запуску і роботі ТНА-150 до проведеного балансування і склали $\sigma_{ст}$ =64 МПа на 16100 об/хв, після балансування – $\sigma_{ст}$ =17,6 МПа на 15300 об/хв. Динамічні напруження до балансування по першій роторній гармоніці склали $\sigma_{дин}$ =±26,8 МПа на 10800 об/хв, по другій – $\sigma_{дин}$ =±34,8 МПа на 15100 об/хв.

Після балансування максимальні напруження склали по першій роторній гармоніці $\sigma_{дин}$ =±14,8 МПа на 16200 об/хв, по другій – $\sigma_{дин}$ =±10,8 МПа на 14700 об/хв.

В результаті зрівноваження максимальні прогини вала ротора в діапазоні 2000-18000 об/хв. знижені приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор – в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала - в 3,5 разу, а динамічні – в 3 рази.

Література

1. Srikanthan M. R., Sekhar A. S., Deepthikumar M. B. 2013. Modal balancing of flexible rotors with bow and distributed unbalance / Journal of Sound and Vibration, 332(24): 6216–6233.
2. Dimarogonas A. D., Paipetis S. A., Chondros T. G. 2013. Analytical methods in rotor dynamics, Berlin-Heidelberg-New York, Springer Verlag. doi: 10.1007/978-94-007-5905-3
3. Darlow M. S. 2012. Balancing of high-speed machinery, Springer Science & Business Media.
4. Zhou S., Shi J. 2001. Active balancing and vibration control of rotating machinery: a survey / Shock and Vibration Digest, T. 33, № 5. pp 361–371.
5. Tarantola A. 2005. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, Siam. 342 p.
6. Levit M. E. et al. 1992 Manual balancing, Moscow, Mashinostroenie. 464 p.
7. Горошко А.В. Обернена задача динаміки турбонасосного агрегату / А.В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2014. – № 3. – С. 195–201.
8. Goroshko A. V., Roizman V. P. 2015. Statistical Methods for Providing the Stability of the Solutions of Inverse Problems and Their Application to Decrease Rotor Vibroactivity, Journal of Machinery Manufacture and Reliability, Vol. 44, 3: 232–238.
9. MathWorks. The MathWorks, Inc. 1994–2014. URL: http://www.mathworks.com/

Рецензія/Peer review : 17.5.2016 р. Надрукована/Printed : 6.6.2016 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Ройзман В.П.

УДК 687.053

Е.А. МАНЗЮК
Хмельницький національний університет

ТЕХНОЛОГІЧНІ МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ РОТАЦІЙНИХ ЧОВНИКОВИХ КОМПЛЕКТІВ

Проведені дослідження розвитку технологічних методів підвищення працездатності човникових пристроїв. Визначено напрямки розвитку найбільш ефективних технічних рішень та проведено систематизацію відомих підходів до покращення експлуатаційних характеристик швейного обладнання.
Ключові слова: човниковий пристрій, шпулетримач, човник.

E.A. MANZIUK
Khmelnytskyi National University

TECHNOLOGICAL METHODS OF IMPROVING EFFICIENCY ROTARY HOOKS

Conducted researches of technological methods to increase efficiency of shuttle devices. The directions of development of the most effective technical solutions and system organization known approaches to improve the performance of sewing equipment. Research of modern technical solutions in areas of development, directed at the improvement and invention of new technologies for production, operation of rotary hooks, their modes of operation and operating conditions. Expansion and specification of the main areas of sewing technology. The analysis of the factual material allowed to identify the main solutions aimed at improving efficiency rotary hooks criteria for vibration resistance and durability. Concomitant use of structural and technological methods to increase efficiency rotary hook which uses a variety of wear-resistant materials, surface strengthening methods. Changes in the design of the kinematic pair, which improves modes of friction and wear, and determine the conditions of interaction of elements which provide reliability rotary hooks. Improvement and optimization of the required parameters is done by changing the geometry, shapes, sizes without introducing additional elements in the coupling and making radical changes in the design.
Keywords: rotary hook, sewing shuttle

Постановка проблеми

Човниковий комплект швейної машини є важливим вузлом швейної машини до якого ставлять підвищені вимоги по надійності його роботи та працездатності упродовж усього періоду експлуатації. Експлуатаційні умови його роботи є досить важкими, зважаючи на цілий рад факторів. Перш за все це