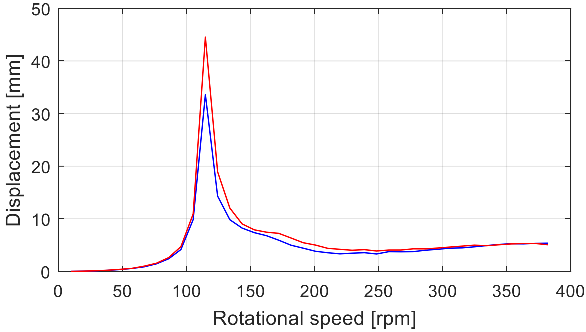

Рис. 2. Порівняльні АЧХ барабана з дисбалансом 9500 г·см до і після зміни компановки складових машини

АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ РЕСУРСНОЇ ЗАДАЧІ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ПОТЕНЦІАЛІВ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Шатрова І. А.[1], *Демидова О. О.*[2], *Матвієвський С. В.*[3]
Київський національний університет будівництва і архітектури
03680, Київ, Повітрофлотський пр-т, 31
E-mail: [1]*inna.shatrova@gmail.com*, [2]*demelenn@gmail.com*, [3]*smatvievski@ukr.net*

Оптимальне розв'язання транспортної задачі методом потенціалів здійснюється таким чином: будується початковий опорний план (будь-який із розглянутих методів). Далі початковий опорний план за визначене число ітерацій доводять до оптимального. Для прикладу за початковий опорний план візьмемо план, який побудовано з використанням методу мінімального елементу в матрицю (табл. 1).

Таблиця 1

	$V_1 = 14$	$V_2 = 4$	$V_3 = 9$	$V_4 = 13$	$V_5 = 11$
$U_1 = 0$	13	4 240	9 60	12	X8
$U_2 = 10$	4 250	10	7	5	4
$U_3 = -1$	15 30	13	10 180	14 140	18
$U_4 = 8$	6 10	12	9	6	3 140
Обсяги споживання	290	240	240	140	140

Клітини матриці, де заплановані поставки, будемо називати «зайнятими місцями». Клітини матриці, де нема поставок – «незайнятими місцями». В основу процедури оптимізації плану покладено перерозподіл поставок початкового плану.

Змінити план поставок можна шляхом переміщення поставок в незайняту клітину матриці. Це обумовлює необхідність знати як впливає на функціонал переміщення поставок в ту чи іншу клітину матриці. Такі характеристики можуть бути розраховані з допомогою визначених чисел, які називають потенціалами.

Позначимо потенціали рядків через U_i, а потенціали стовпців через V_j (i та j – порядкові номери, відповідно, рядків і стовпців).

З умови оптимальності відомо, якщо на перетині i-го рядка з j-м стовпцем стоїть зайнята клітина, то:

$$V_j - U_i = C_{ij}, \tag{1}$$

де C_{ij} – вартість перевезень одиниці вантажу від i-го постачальника j-му споживачу.

Складаємо такі рівняння для всіх зайнятих клітин:

$V_2 - U_1 = 4$ $\quad V_3 - U_1 = 9$ $\quad V_4 - U_3 = 14$

$V_1 - U_2 = 4$ $\quad V_1 - U_3 = 15$ $\quad V_3 - U_3 = 10$

$V_1 - U_4 = 6$ $\quad V_5 - U_4 = 3$

Маємо 8 рівнянь, на основі яких необхідно визначити 9 невідомих. Для зручності розрахунків, потенціал першого рядка приймаємо таким, що дорівнює 0.

Якщо $U_1 = 0$, то

$$U_3 = 9 - 10 = -1;\quad V_1 = 15 - 1 = 14;\quad U_2 = 14 - 4 = 10;$$
$$V_4 = 14 - 1 = 13;\quad U_4 = 14 - 6 = 8;\quad V_5 = 3 + 8 = 11.$$

Перевіряємо знайдені варіанти плану на оптимальність. Якщо знайдені величини потенціалів такі, що для всіх незайнятих місць матриці:

$$\gamma_{ij} = U_i - V_j + C_{ij} \geq 0. \tag{2}$$

то план оптимальний.

Перевіряємо, чи задовольняють умові (6) незайняті місця матриці (див. табл. 1):

$\gamma_{11} = U_1 - V_1 + C_{11} = 0 - 14 + 13 = -1;$ $\gamma_{14} = 12 - 13 = -1;$

$\gamma_{15} = 8 - 11 = -3;$ $\gamma_{22} = 10 + 10 - 4 = 16;$

$\gamma_{23} = 10 + 7 - 9 = 8;$ $\gamma_{24} = 10 + 5 - 13 = 2;$
$\gamma_{25} = 10 + 4 - 11 = 3;$ $\gamma_{32} = 13 - 1 - 4 = 8;$
$\gamma_{35} = 18 - 1 - 11 = 6;$ $\gamma_{42} = 8 + 12 - 4 = 16;$
$\gamma_{43} = 8 + 9 - 9 = 8;$ $\gamma_{44} = 8 + 6 - 13 = 1.$

Якщо хоча б одна незайнята клітина матриці не відповідає умові оптимальності, то план не оптимальний і його можна поліпшити.

Якщо ми обираємо для поліпшення плану незайняту клітину, яка має найбільше порушення умови оптимальності (найбільше за абсолютною величиною від'ємне значення γ_{ij}), то одержання оптимального плану можна досягти за менше число ітерацій.

В даному прикладі – це клітина (a_1b_5). Позначимо цю клітину знаком «*X*» і виконуємо поліпшення плану. Для цього із незайнятого місця, що позначено знаком «*X*», починаємо рухатися по замкненому ланцюжку. Обходимо цей ланцюжок у довільному напрямку, починаючи з клітина, яка позначена знаком «*X*». В кожному зайнятому місці матриці змінюємо напрям тільки під прямим кутом і позначаємо ці клітини поперемінно знаком «–» і «+». В першій клітинці, позначеній знаком «*X*» ставимо знак «+». Рухаємося по замкненому ланцюжку доти доки не прийдемо в клітину, яка позначена знаком «*X*».

В клітинах зі знаком «–» беремо найменше число, яке дорівнює обсягу перевезень, і віднімаємо його із всіх чисел, які містяться в клітинах із знаком «–», і додаємо число до чисел в клітинах із знаком «+». В даному випадку це число знаходиться в клітині (a_3b_1) і дорівнює 30. В результаті об'єм перевезень у від'ємних клітинах зменшиться на 30 одиниць, а в додатних – збільшиться на 30 одиниць.

Перевіряємо змінений план на оптимальність. Для цього знову визначаємо потенціали даної матриці і перевіряємо на оптимальність незайняті клітини матриці. Діємо таким чином доти, доки не одержимо оптимальний план. Перевіряємо змінений план на оптимальність.

Для зміни плану обираємо клітину (a_4b_4), яка має найбільше за абсолютною величиною від'ємні значення $\gamma_{44} = -2$. Для нового одержаного плану повторюємо процедуру перевірки на оптимальність. Так як всі $\gamma_{ij} = \geq 0$, то одержаний план є оптимальним. Вартість перевезень:

$$(240 \cdot 4) + (60 \cdot 8) + (250 \cdot 4) + (240 \cdot 10) +$$
$$+ (110 \cdot 14) + (40 \cdot 6) + (30 \cdot 6) + (80 \cdot 3) = 7040 \text{ грн.}$$

Література

1. Лугінін О. Є, Фомішина В. М. Економіко-математичне моделювання. – Київ : Знання, 2011. – 342 с.

3. Гриньова В. М., Салун М. М. Організація виробництва : підручник. – Київ : Знання, 2009. – 580 с.

5. Тригер Г. М., Ушацький С. А. Оптимізація використання будівельних машин і транспорту у будівництві : метод. рек. для студентів спец. 7.092101 «Промислове і цивільне будівництво». – Київ : КНУБА 2010. – 23 с.

6. Тригер Г. М. Розробка й оптимізація календарних планів зведення комплексу будівель і споруд : навч. посіб. – Київ : ІСДО, 2013. – 72 с.

7. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування / Г. Г. Цегелик. – Лівів : Світ, 2015. – 216 с.