УДК 519.833

ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ СТРАТЕГІЇ У НАЙВИГІДНІШІЙ СИМЕТРИЧНІЙ СИТУАЦІЇ У ДІАДИЧНІЙ ГРІ З ТРЬОМА СУБ'ЄКТАМИ ЗАБРУДНЕННЯ ВОДОЙМИ

Романюк В. В., к. т. н., доц.
Хмельницький національний університет
м. Хмельницький, вул. Інститутська, 11
E-mail: romanukevadimv@mail.ru

Определено смешанную стратегию в наивыгоднейшей симметричной ситуации в диадической игре трёх лиц как модели охраны окружающей среды при её загрязнении тремя промышленными предприятиями. Предложено к использованию программную MATLAB-функцию, которая, фактически, управляет активизацией очистных сооружений на предприятии, реализуя практически при этом наивыгоднейшую смешанную стратегию в форме двухэлементного вектора вероятностей.

Ключевые слова: диадическая игра, симметрическая ситуация.

There has been determined the mixed strategy in the most advantageous symmetric situation of the dyadic three-person game as the environment preservation model by polluting it with the three industrial enterprises. It has been proposed to use the program MATLAB-function, which actually controls the cleaning installations energization at the enterprise, at that realizing practically the most advantageous mixed strategy in the form of the two-element vector of probabilities.

Key words: dyadic game, symmetric situation.

Вступ. Математичне моделювання екозахисних явищ і систем є актуальною проблемою фундаментальних і природничих наук. Це стосується не тільки побудови самих моделей, а й шляхи їх практичного застосування у реальних процесах екологічного врівноваження. Діадична бескоаліційна гра [1, 2] є найбільш зручною математичною моделлю конфліктних явищ при взаємодії декількох суб'єктів забруднення довкілля і державних органів екологічного моніторингу [3, 4]. У такій грі кожен суб'єкт забруднення має тільки дві стратегії: або використовувати очисні споруди, або не використовувати їх, сприяючи погіршенню екологічного стану. Розв'язки діадичних ігор, зазвичай, шукаються як перетин множин прийнятних для кожного гравця ситуацій, але вони не обов'язково є однаково справедливими і вигідними одночасно. Крім того, практична реалізація розв'язків у змішаних стратегіях утворює ще одну додаткову проблему [5-10].

Аналіз попередніх досліджень. У найпростішому випадку модель охорони довкілля представляється у формі діадичної гри, де нульова чиста стратегія означає екологічну чисту активність суб'єкта забруднення, а одинична чиста стратегія означає таку діяльність, що сприяє локальному погіршенню стану даної екосистеми. Така модель розглянута в [1, с. 193 — 197], де три підприємства змушені для певних своїх технічних потреб користуватися водою з деякої водойми. Природний екологічний баланс у цій водоймі автономно відновляється тільки за умови, коли зливає відпрацьовану воду у неї не більше одного підприємства. За порушення цієї умови усі три підприємства підлягають стягненню у розмірі трьох одиниць з кожного, тоді як використання очисної технології для відновлення відпрацьованої води коштує одну одиницю. У цій діадичній грі не існує одночасно справедливих, вигідних і рівноважних ситуацій, але можна відшукати симетричну ситуацію, яка буде найбільш вигідною для кожного підприємства. Якщо така ситуація складатиметься зі змішаних стратегій, то для її реалізації у практичній діяльності можна використати результати робіт [7, 10-12].

Мета роботи. Практична реалізація стратегії у діадичній грі з трьома суб'єктам забруднення водойми.

Матеріал і результати дослідження. *Формулювання задачі.* Нехай x_i є чистою стратегією i-го підприємства, де $x_i \in \{0, 1\}$ $\forall\ i = \overline{1, 3}$. Візьмемо за γ_i імовірність того, що i-е підприємство не буде використовувати очисну технологію для штучного відновлення відпрацьованої води. Тоді γ_i є імовірністю вибору чистої стратегії $x_i = 1$. Знайдемо таку симетричну ситуацію $\{\gamma_*, \gamma_*, \gamma_*\}$ з $\gamma_* = \gamma_i \ \forall \ i = \overline{1, 3}$, у якій виграші $\{V_i(\gamma_*, \gamma_*, \gamma_*)\}_{i=1}^{3}$ кожного з підприємств-гравців будуть однаковими і найбільшими. Якщо така ситуація існує, то на базі програмної платформи MATLAB необхідно побудувати програмні функції, які дозволять практично реалізувати ситуацію $\{\gamma_*, \gamma_*, \gamma_*\}$ у реальних процесах.

Визначення найбільш вигідної симетричної ситуації. Позначимо через $K_i(x_1, x_2, x_3)$ виграш i-го підприємства у ситуації $\{x_1, x_2, x_3\}$ у чистих стратегіях. Тоді виграшем i-го підприємства у ситуації $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$ у змішаних стратегіях є

$$\begin{aligned} V_i(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) &= \sum_{x_1=0}^{1}\sum_{x_2=0}^{1}\sum_{x_3=0}^{1}\left(\prod_{j=1}^{3}(1-\gamma_j)^{1-x_j}(\gamma_j)^{x_j}\right)K_i(x_1, x_2, x_3) = \\ &= (1-\gamma_1)(1-\gamma_2)(1-\gamma_3)K_i(0, 0, 0) + (1-\gamma_1)(1-\gamma_2)\gamma_3 K_i(0, 0, 1) + \\ &+ (1-\gamma_1)\gamma_2(1-\gamma_3)K_i(0, 1, 0) + (1-\gamma_1)\gamma_2\gamma_3 K_i(0, 1, 1) + \gamma_1(1-\gamma_2)(1-\gamma_3)K_i(1, 0, 0) + \\ &+ \gamma_1(1-\gamma_2)\gamma_3 K_i(1, 0, 1) + \gamma_1\gamma_2(1-\gamma_3)K_i(1, 1, 0) + \gamma_1\gamma_2\gamma_3 K_i(1, 1, 1) \end{aligned} \quad (1)$$

для $i = \overline{1, 3}$. Вираз (1) для симетричної ситуації $\{\gamma, \gamma, \gamma\}$ спрощується до такого:

$$\begin{aligned} V_i(\gamma, \gamma, \gamma) &= \sum_{x_1=0}^{1}\sum_{x_2=0}^{1}\sum_{x_3=0}^{1}\left(\prod_{j=1}^{3}(1-\gamma)^{1-x_j}(\gamma)^{x_j}\right)K_i(x_1, x_2, x_3) = \\ &= (1-\gamma)^3 K_i(0, 0, 0) + (1-\gamma)^2\gamma K_i(0, 0, 1) + \\ &+ (1-\gamma)\gamma(1-\gamma)K_i(0, 1, 0) + (1-\gamma)\gamma^2 K_i(0, 1, 1) + \gamma(1-\gamma)^2 K_i(1, 0, 0) + \\ &+ \gamma(1-\gamma)\gamma K_i(1, 0, 1) + \gamma^2(1-\gamma)K_i(1, 1, 0) + \gamma^3 K_i(1, 1, 1) \end{aligned} \quad (2)$$

для $i = \overline{1, 3}$, де вочевидь, що функція (2) є незмінною $\forall \ i = \overline{1, 3}$. З урахуванням того, що

$$\{K_1(0, 0, 0), K_2(0, 0, 0), K_3(0, 0, 0)\} = \{-1, -1, -1\}, \quad (3)$$
$$\{K_1(0, 0, 1), K_2(0, 0, 1), K_3(0, 0, 1)\} = \{-1, -1, 0\}, \quad (4)$$
$$\{K_1(0, 1, 0), K_2(0, 1, 0), K_3(0, 1, 0)\} = \{-1, 0, -1\}, \quad (5)$$
$$\{K_1(0, 1, 1), K_2(0, 1, 1), K_3(0, 1, 1)\} = \{-4, -3, -3\}, \quad (6)$$
$$\{K_1(1, 0, 0), K_2(1, 0, 0), K_3(1, 0, 0)\} = \{0, -1, -1\}, \quad (7)$$
$$\{K_1(1, 0, 1), K_2(1, 0, 1), K_3(1, 0, 1)\} = \{-3, -4, -3\}, \quad (8)$$
$$\{K_1(1, 1, 0), K_2(1, 1, 0), K_3(1, 1, 0)\} = \{-3, -3, -4\}, \quad (9)$$
$$\{K_1(1, 1, 1), K_2(1, 1, 1), K_3(1, 1, 1)\} = \{-3, -3, -3\}, \quad (10)$$

функція (2) спроститься ще й до

$$V_i(\gamma, \gamma, \gamma) = 6\gamma^3 - 9\gamma^2 + \gamma - 1 \quad (11)$$

для $i = \overline{1, 3}$.

Знайдемо максимум функції (11), який досягається у найбільш вигідній ситуації для кожного з підприємств. Нулями першої похідної

$$\frac{d}{d\gamma} V_i(\gamma, \gamma, \gamma) = \frac{d}{d\gamma}\left(6\gamma^3 - 9\gamma^2 + \gamma - 1\right) = \\ = 18\gamma^2 - 18\gamma + 1 \qquad (12)$$

функції (11) є

$$\gamma = \gamma^{\langle 1 \rangle} = \frac{3 - \sqrt{7}}{6} \qquad (13)$$

та

$$\gamma = \gamma^{\langle 2 \rangle} = \frac{3 + \sqrt{7}}{6}, \qquad (14)$$

які, до речі, є ймовірностями, оскільки належать інтервалу $(0; 1)$. Так як друга похідна

$$\frac{d^2}{d\gamma^2} V_i(\gamma, \gamma, \gamma) = \frac{d}{d\gamma}\left(18\gamma^2 - 18\gamma + 1\right) = \\ = 36\gamma - 18 = 18(2\gamma - 1) \qquad (15)$$

функції (11) у точці (13) набуває від'ємного значення $\left(-6\sqrt{7}\right)$, то точка (13) є точкою максимуму функції (11), у якій

$$V_i\left(\frac{3-\sqrt{7}}{6}, \frac{3-\sqrt{7}}{6}, \frac{3-\sqrt{7}}{6}\right) = \frac{7\sqrt{7}}{18} - 2 \qquad (16)$$

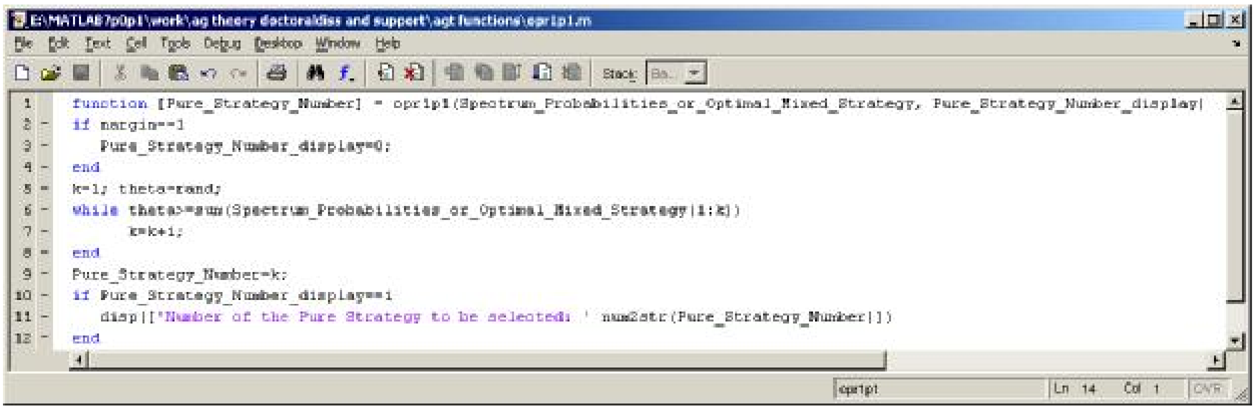
для $i = \overline{1, 3}$. Тому симетрична ситуація

$$\{\gamma_*, \gamma_*, \gamma_*\} = \left\{\gamma^{\langle 1 \rangle}, \gamma^{\langle 1 \rangle}, \gamma^{\langle 1 \rangle}\right\} = \\ = \left\{\frac{3-\sqrt{7}}{6}, \frac{3-\sqrt{7}}{6}, \frac{3-\sqrt{7}}{6}\right\} \qquad (17)$$

є найбільш вигідною для підприємств, у якій втрати підприємств як їх від'ємні виграші $\frac{7\sqrt{7}}{18} - 2 \approx -0.971097$ є меншими за одиницю. На противагу цьому симетрична ситуація $\left\{\gamma^{\langle 2 \rangle}, \gamma^{\langle 2 \rangle}, \gamma^{\langle 2 \rangle}\right\}$ з імовірністю (14), котра мінімізує функцію (11), буде найбільш невигідною, коли виграші підприємств $-\frac{7\sqrt{7}}{18} - 2 \approx -3.0289$ є найменшими.

Використання MATLAB для практичної реалізації стратегії у найвигіднішій ситуації (17). Для того, щоб у реальному процесі функціонування підприємства йому вдалося реалізувати стратегію у ситуації (17) практично, можна використати програмну платформу MATLAB [13, 14], де є можливість дописувати власні програмні функції, які запускатимуться з рядка командного вікна MATLAB. Скористаймось результатами робіт [7, 10-12] і MATLAB-проектом «opr1p1», код якого наведено на рис. 1. Практична реалізація змішаної стратегії

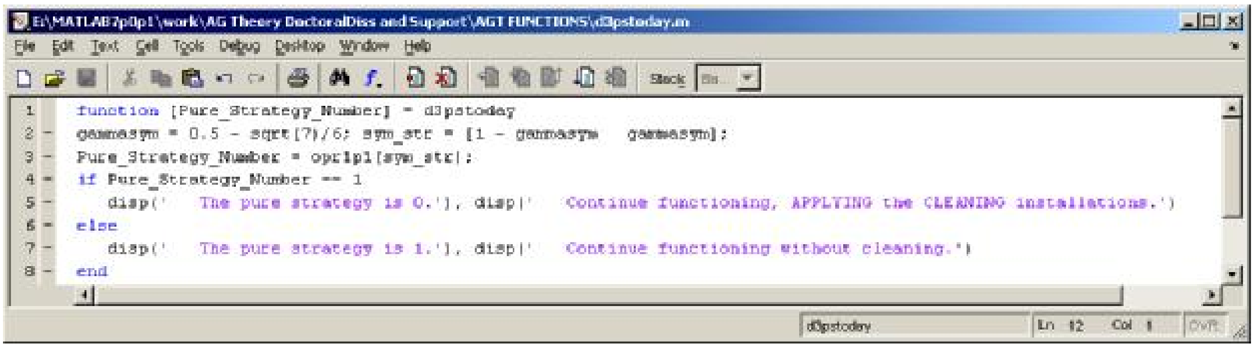
$$\begin{bmatrix} 1-\gamma_* & \gamma_* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\gamma^{\langle 1 \rangle} & \gamma^{\langle 1 \rangle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3+\sqrt{7}}{6} & \frac{3-\sqrt{7}}{6} \end{bmatrix} \qquad (18)$$



```
function [Pure_Strategy_Number] = opr1p1(Spectrum_Probabilities_or_Optimal_Mixed_Strategy, Pure_Strategy_Number_display)
if nargin==1
   Pure_Strategy_Number_display=0;
end
k=1; theta=rand;
while theta>=sum(Spectrum_Probabilities_or_Optimal_Mixed_Strategy(1:k))
      k=k+1;
end
Pure_Strategy_Number=k;
if Pure_Strategy_Number_display==1
   disp(['Number of the Pure Strategy to be selected: ' num2str(Pure_Strategy_Number)])
end
```

Рисунок 1 — Код програмної функції «opr1p1» для її запуску з рядка командного вікна MATLAB та використання як підфункції в інших програмних функціях

полягає у виборі чистих стратегій $x_i = 0$ та $x_i = 1$ з відповідними імовірностями $\frac{3+\sqrt{7}}{6}$ та $\frac{3-\sqrt{7}}{6}$. Тоді вхідним аргументом програмної функції «opr1p1» буде вектор (18), а повертатиме вона номер чистої стратегії, яку у поточному повторенні гри необхідно обирати. Згідно цього кожне підприємство може використовувати елементарну програмну функцію «d3pstoday», код якої представлено на рис. 2, де, власне, і використовується програмна підфункція «opr1p1». Про всяк випадок передбачений вихідний аргумент функції «d3pstoday» як номер рекомендованої до обирання чистої стратегії. Приклади її застосування продемонстровані на рис. 3.



```
function [Pure_Strategy_Number] = d3pstoday
gammasym = 0.5 - sqrt(7)/6; sym_str = [1 - gammasym   gammasym];
Pure_Strategy_Number = opr1p1(sym_str);
if Pure_Strategy_Number == 1
   disp('   The pure strategy is 0.'), disp('   Continue functioning, APPLYING the CLEANING installations.')
else
   disp('   The pure strategy is 1.'), disp('   Continue functioning without cleaning.')
end
```

Рисунок 2 — Код програмної функції «d3pstoday» для її запуску з рядка командного вікна MATLAB і повідомлення підприємства про те, чи вмикати (сьогодні) очисні споруди

На рис. 4 представлено код ще однієї програмної функції «dyad3person», котра створена для імітаційного моделювання результатів діяльності трьох осіб у досліджуваній діадичній грі, де кожен з гравців для реалізації стратегії (18) використовує «d3pstoday». Єдиним вхідним аргументом функції «dyad3person» є кількість етапів N (зокрема, наприклад, днів) функціонування трійки підприємств.

Функція «dyad3person» повертає середні значення виграшу

$$\bar{V}_i = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} K_i\left(x_1^{\langle n\rangle},\, x_2^{\langle n\rangle},\, x_2^{\langle n\rangle}\right) \qquad (19)$$

i-го підприємства $\forall\ i=\overline{1,\ 3}$ за N етапів, де $x_j^{\langle n \rangle}$ є чистою стратегією j-го підприємства, яку воно обирає на n-му етапі $\forall\ n=\overline{1,\ N}$.

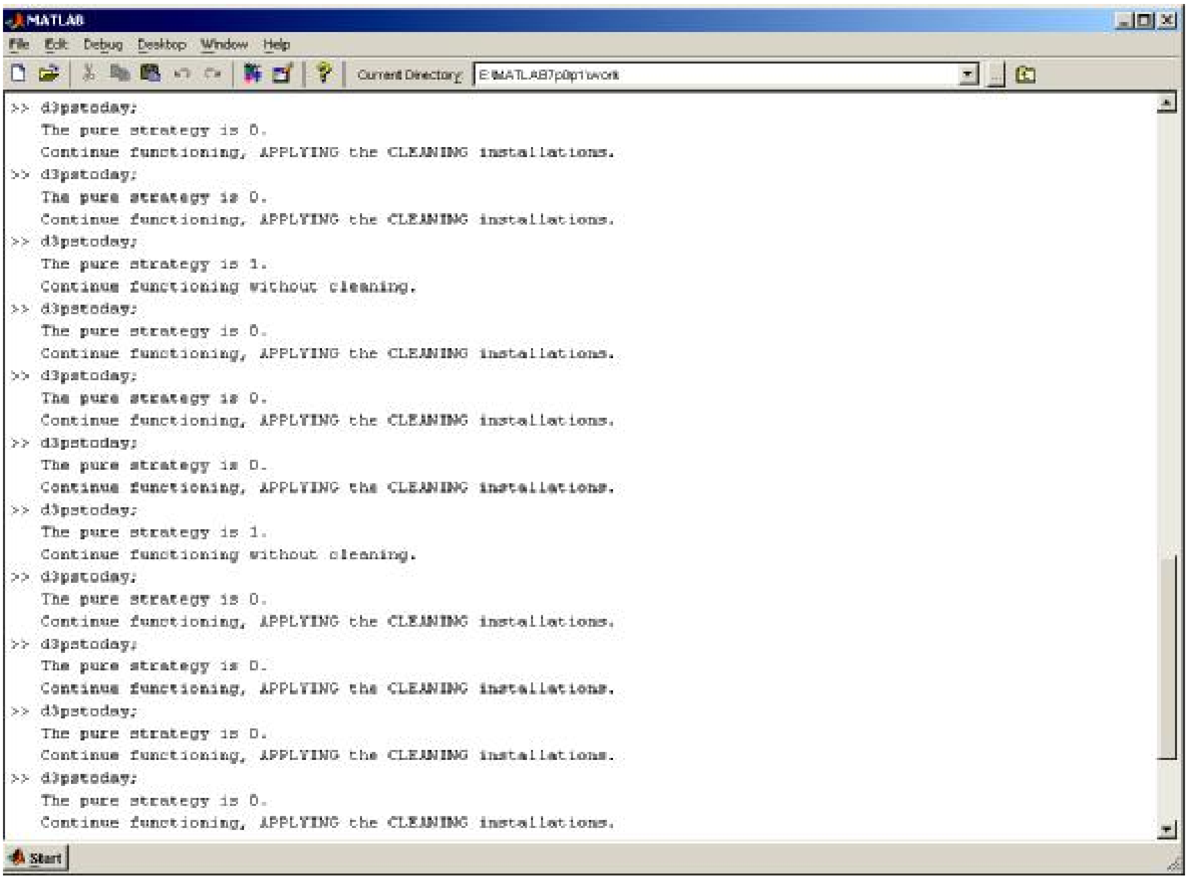


Рисунок 3 — Запуски функції «d3pstoday» й отримання повідомлень про підтримку активних очисних споруд або їх вимкнення

Користувачу також повертається і накопичувальний середній виграш

$$\tilde{V}_i(n)=\frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}K_i\left(x_1^{\langle l \rangle},\ x_2^{\langle l \rangle},\ x_2^{\langle l \rangle}\right) \qquad (20)$$

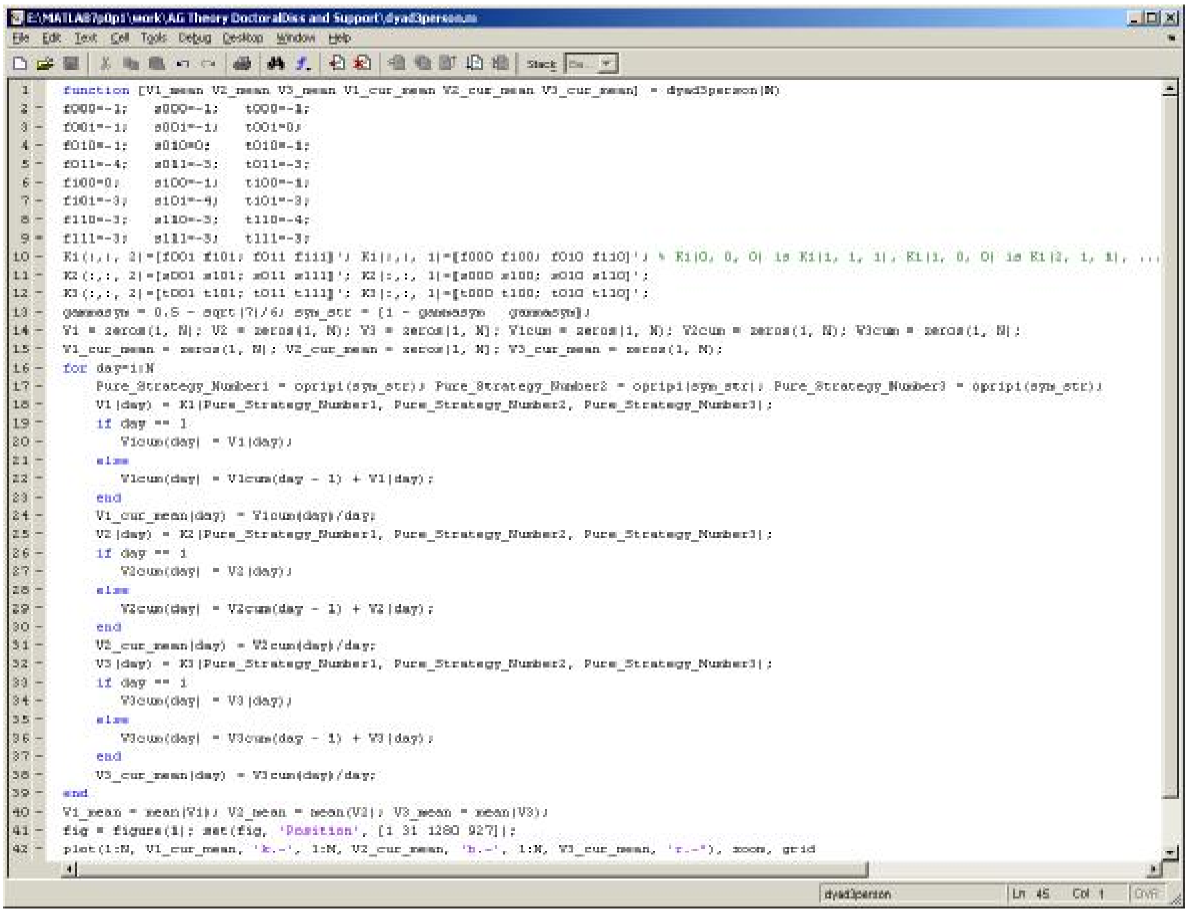
на n-му етапі $\forall\ n=\overline{1,\ N}$.

Зрозуміло, що (19) і (20) при $n=N$ співпадають.

Як додаток, після запуску й усіх обчислень функція «dyad3person» повертає ще графіки розподілу значень $\left\{\tilde{V}_i(n)\right\}_{n=1}^{N}$ $\forall\ i=\overline{1,\ 3}$.

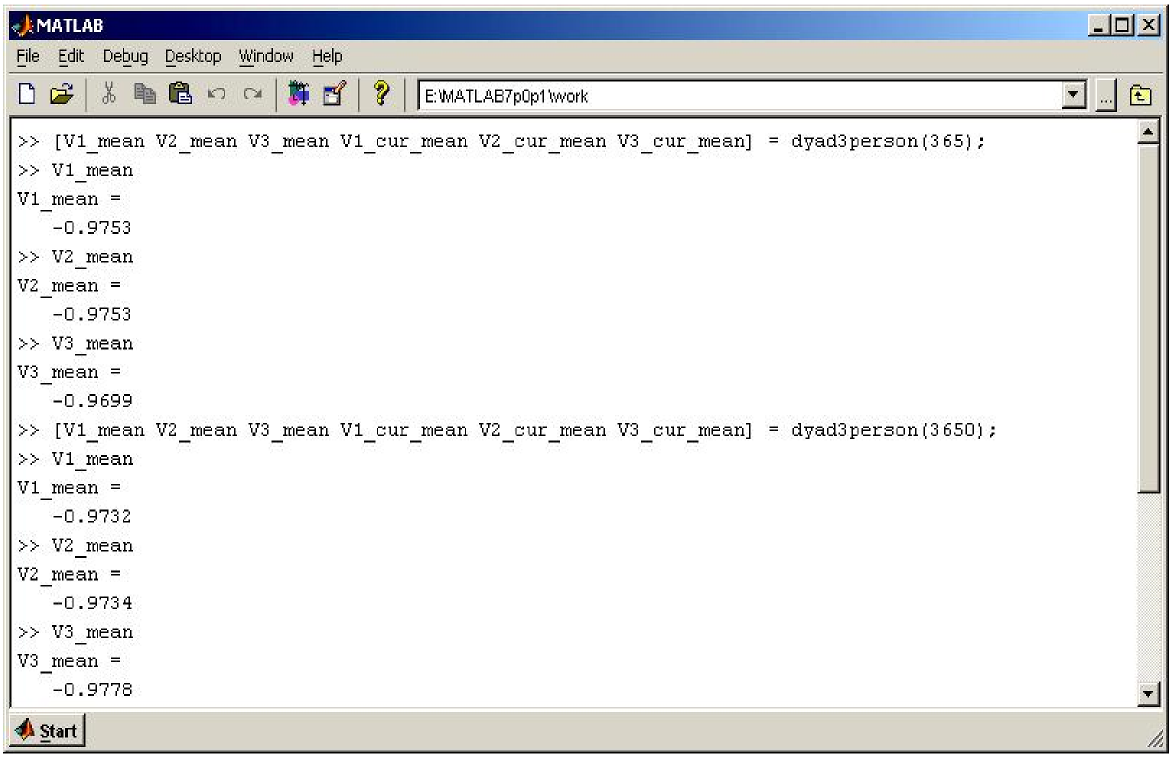
Приклади результатів імітаційного моделювання за допомогою «dyad3person» показані на рис. 5, а на рис. 6 відображено приклад графіків накопичувальних середніх виграшів підприємств, що функціонуватимуть протягом п'яти років.

На цих прикладах добре видно, що програмна функція «d3pstoday» працює коректно, гравці за N етапів отримують середній виграш, близький до $\frac{7\sqrt{7}}{18}-2\approx -0.971097$, і кожному підприємству можна використовувати «d3pstoday» для свого найвигіднішого функціонування.



```
function [V1_mean V2_mean V3_mean V1_cur_mean V2_cur_mean V3_cur_mean] = dyad3person(N)
f000=-1;   s000=-1;   t000=-1;
f001=-1;   s001=-1;   t001=0;
f010=-1;   s010=0;    t010=-1;
f011=-4;   s011=-3;   t011=-3;
f100=0;    s100=-1;   t100=-1;
f101=-3;   s101=-4;   t101=-3;
f110=-3;   s110=-3;   t110=-4;
f111=-3;   s111=-3;   t111=-3;
K1(:,:, 2)=[f001 f101; f011 f111]'; K1(:,:, 1)=[f000 f100; f010 f110]'; % K1(0, 0, 0) is K1(1, 1, 1), K1(1, 0, 0) is K1(2, 1, 1), ...
K2(:,:, 2)=[s001 s101; s011 s111]'; K2(:,:, 1)=[s000 s100; s010 s110]';
K3(:,:, 2)=[t001 t101; t011 t111]'; K3(:,:, 1)=[t000 t100; t010 t110]';
gammasym = 0.5 - sqrt(7)/6; sym_str = [1 - gammasym   gammasym];
V1 = zeros(1, N); V2 = zeros(1, N); V3 = zeros(1, N); V1cum = zeros(1, N); V2cum = zeros(1, N); V3cum = zeros(1, N);
V1_cur_mean = zeros(1, N); V2_cur_mean = zeros(1, N); V3_cur_mean = zeros(1, N);
for day=1:N
    Pure_Strategy_Number1 = opripi(sym_str); Pure_Strategy_Number2 = opripi(sym_str); Pure_Strategy_Number3 = opripi(sym_str);
    V1(day) = K1(Pure_Strategy_Number1, Pure_Strategy_Number2, Pure_Strategy_Number3);
    if day == 1
        V1cum(day) = V1(day);
    else
        V1cum(day) = V1cum(day - 1) + V1(day);
    end
    V1_cur_mean(day) = V1cum(day)/day;
    V2(day) = K2(Pure_Strategy_Number1, Pure_Strategy_Number2, Pure_Strategy_Number3);
    if day == 1
        V2cum(day) = V2(day);
    else
        V2cum(day) = V2cum(day - 1) + V2(day);
    end
    V2_cur_mean(day) = V2cum(day)/day;
    V3(day) = K3(Pure_Strategy_Number1, Pure_Strategy_Number2, Pure_Strategy_Number3);
    if day == 1
        V3cum(day) = V3(day);
    else
        V3cum(day) = V3cum(day - 1) + V3(day);
    end
    V3_cur_mean(day) = V3cum(day)/day;
end
V1_mean = mean(V1); V2_mean = mean(V2); V3_mean = mean(V3);
fig = figure(1); set(fig, 'Position', [1 31 1280 927]);
plot(1:N, V1_cur_mean, 'k.-', 1:N, V2_cur_mean, 'b.-', 1:N, V3_cur_mean, 'r.-'), zoom, grid
```

Рисунок 4 — Код програмної функції «dyad3person» для імітаційного моделювання результатів найвигіднішої діяльності трійки підприємств протягом N етапів (днів)



```
>> [V1_mean V2_mean V3_mean V1_cur_mean V2_cur_mean V3_cur_mean] = dyad3person(365);
>> V1_mean
V1_mean =
   -0.9753
>> V2_mean
V2_mean =
   -0.9753
>> V3_mean
V3_mean =
   -0.9699
>> [V1_mean V2_mean V3_mean V1_cur_mean V2_cur_mean V3_cur_mean] = dyad3person(3650);
>> V1_mean
V1_mean =
   -0.9732
>> V2_mean
V2_mean =
   -0.9734
>> V3_mean
V3_mean =
   -0.9778
```

Рисунок 5 — Середні виграші підприємств за один та 10 років їх функціонування в умовах досліджуваної діадичної гри

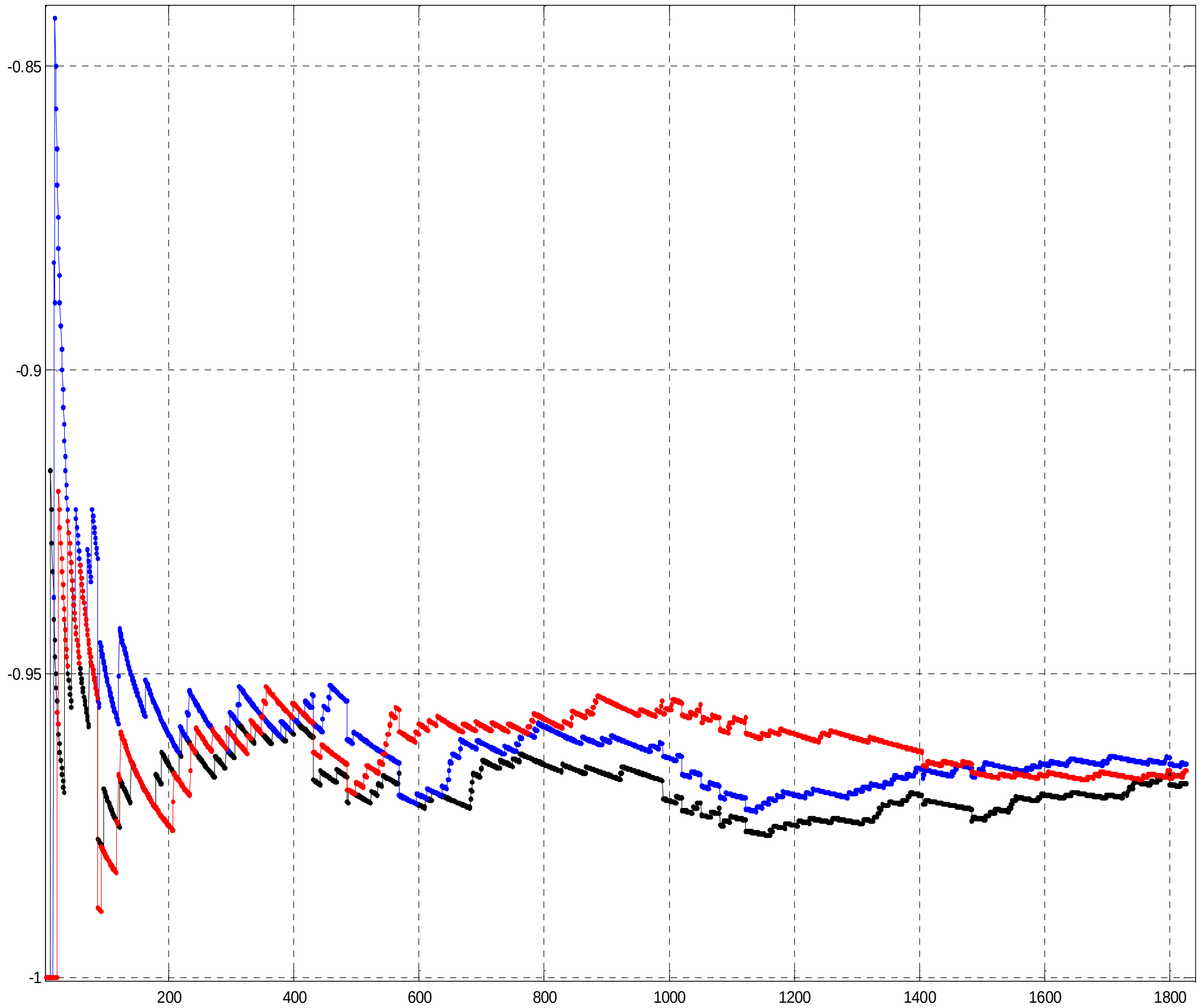


Рисунок 6 — Розподіли значень (20) для $N = 1825$
(п'ять років функціонування підприємств)

Висновки. Оскільки діадична гра трьох осіб як суб'єктів забруднення водойми не має рівноважних ситуацій, які б були одночасно і вигідними, й симетричними, то використання змішаної стратегії (18) у найбільш вигідній ситуації (17) є раціональним рішенням для кожного підприємства.

Для практичної реалізації цієї стратегії суб'єкт забруднення може застосувати програмну MATLAB-функцію «d3pstoday», коректність та адекватність якої підтверджується імітаційною MATLAB-моделлю «dyad3person».

Справедливо зауважимо, що в умовах використання стратегії (18) рівень забруднення водойми є невеликим, адже $\frac{3-\sqrt{7}}{6} \approx 0.059$ і це означає, що у сукупності лише 18 відсотків відпрацьованої води скидатиметься у водойму без очищення, тоді як рівень дозволеного забруднення складає близько 33 відсотків. Цей додатковий аспект екологічно чистої діяльності підприємств у подальшому може слугувати приводом для їх заохочення з боку держави (скажімо, преміювання [15]).

Перспектива подальшого дослідження полягає, безумовно, у розв'язуванні тієї самої задачі для більшої кількості однотипних підприємств, котрі вимушені спільно використовувати локальні природні ресурси. Оптимально-раціональні рішення у таких системах, зокрема, можуть бути використані і для одного підприємства, яке має декілька однакових технічних вузлів, що у змінному режимі своєї активності працюють на водних ресурсах навколишнього середовища.

ЛІТЕРАТУРА

1. Воробьёв Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 272 с.

2. Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. — М.: Высшая школа, Книжный дом “Университет”, 1998. — 304 с.

3. Кобецька Н.Р. Екологічне право України: Навч. посіб.– К.: Юрінком Інтер, 2007. — 352 с.

4. Комарницький В.М., Шевченко В.І., Єлькін С.В. Екологічне право: Навч. посіб. — К.: Центр навчальної літератури, 2006. — 224 с.

5. Романюк В.В. Моделювання реалізації оптимальних змішаних стратегій в антагоністичній грі з двома чистими стратегіями в кожного з гравців // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. — 2007. — № 3. — С. 74—77.

6. Романюк В.В. Метод реалізації принципу оптимальності у матричних іграх без сідлової точки // Вісник НТУ “ХПІ”. Тематичний випуск: Інформатика та моделювання. — Харків: НТУ “ХПІ”, 2008. — № 49. — С. 146—154.

7. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з пустою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з невідомою кількістю партій гри // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2009. — № 2. — С. 224—229.

8. Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. — 2009. — № 2. — С. 45—52.

9. Romanuke V. V. Method of practicing the optimal mixed strategy with innumerable set in its spectrum by unknown number of plays // Measuring and Computing Devices in Technological Processes. — 2008. — № 2. — P. 196—203.

10. Романюк В.В. Моделирование выхода на рынок двух конкурирующих предприятий с помощью игровой бесшумной дуэли в MATLAB 7.0.1 // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. — 2009. — № 3. — Т. 2. — С. 233—238.

11. Романюк В.В. Разрешение системы преследователь—добыча для экспоненциальной вероятности поражения добычи преследователем // Вестник НТУ “ХПИ”. Тематический выпуск: Информатика и моделирование. — Харьков: НТУ “ХПИ”, 2009. — № 13. — С. 138—149.

12. Романюк В.В. Оптимізація кількості варіантів відповіді у закритих тестах з фіксованим часом за допомогою матричної гри // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2009. — № 3. — С. 187—192.

13. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. — М.: Горячая линия-Телеком, 2007. — 288 с.

14. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. — СПб.: Питер, 2001. — 480 с.

15. Екологічне право України. Академічний курс: Підручник / За ред. Ю.С. Шемшученка. — К.: ТОВ “Видавництво “Юридична думка”, 2005. — 848 с.

Рекомендовано до друку
д.т.н., проф. Андрусенко О.М.