

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ МАРКЕТИНГУ  
В ПІДПРИЄМНИЦТВІ НА ПРИКЛАДІ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ  
ВИПУСКУ ПРОДУКЦІЇ, МАКСИМАЛЬНОГО ВИКОРИСТАННЯ НАЯВНИХ  
РЕСУРСІВ, ПРИЙОМУ ПРАЦІВНИКІВ НА РОБОТУ**

*Досліджуються питання формування та стимулювання попиту, можливості розширення обсягів продажу, оптимізації прибутку. Дослідження маркетингу з точки зору якісного складу та кількісного виміру дасть змогу більш кваліфіковано приймати рішення. Для цього використано залежності обсягів випуску продукції від затрат на рекламу, що побудована на основі даних, обчислених у середовищі Wolfram Mathematica. Побудовані оптимізаційні моделі випуску продукції, максимального використання наявних ресурсів, прийому працівників на роботу. Розроблені моделі дозволяють обрати підприємству ефективну стратегію маркетингової діяльності.*

*Ключові слова: обсяги продажу, оптимізація прибутку, регресійна модель, оптимізаційна модель, Wolfram Mathematica.*

N. V. GRYPYNSKA  
Khmelnytsky National University**MATHEMATICAL MODELING OF MARKETING PROBLEMS  
IN ENTREPRENEURSHIP BY THE EXAMPLE OF OPTIMIZATION MODELS  
OF PRODUCTION OUTPUT, MAXIMUM USE OF AVAILABLE RESOURCES,  
RECRUITMENT OF EMPLOYEES**

*The questions of demand formation and stimulation, the expansion possibilities of sales volumes, profit optimization have been explored in the article. Marketing research from the point of view of qualitative composition and quantitative measurements will allow making decisions more qualified. For this we used the dependences of the output from the advertising costs based on data calculated in the Wolfram Mathematica environment. Optimization models of output, maximum use of available resources and recruitment of employees have been built. The developed models allow the company choosing effective strategy of marketing activities.*

*Keywords: sales, margin optimization, regression model, optimization model, Wolfram Mathematica.*

В умовах розвитку ринкової економіки та переходу підприємств до ринкових відносин відбувається докорінна перебудова економічної політики держави, господарського механізму, що впливає на всі сторони виробничих відносин як на макрорівні, так і на мікрорівні. Тобто підприємство в умовах ринкової економіки є відкритою системою, на яку впливає внутрішнє та зовнішнє середовище. На цьому етапі розвитку проявляється особлива роль маркетингу.

Цілями маркетингу є формування та стимулювання попиту, забезпечення обґрунтованих управлінських рішень, що приймаються стосовно планів роботи підприємства, а також розширення обсягів продажу ринкової частки та прибутків.

Оптимізація прибутку є рушійною силою підприємництва ринковій економіці. Ця аксіома бізнесу цілком справедлива також і для власників та менеджерів вітчизняних підприємств. Одним з головних напрямків вдосконалення роботи вітчизняних підприємств є широке застосування ними маркетингових технологій для вибору тактичних та стратегічних напрямків роботи, оскільки діяльність, що опирається на концепцію маркетингу, відповідає ринковим умовам. Такі підприємства адекватно реагують на зміну ринкової кон'юнктури, що робить їх менш вразливими до ринкових змін.

Виявлення та аналіз опублікованих за даною проблемою праць дали змогу зробити висновок про те, що застосування економіко-математичного моделювання для розв'язання цілої групи задач маркетингу у підприємницькій діяльності недостатньо розроблені як у науковому, так і у практичному аспекті, не зважаючи на те, що з початку 90-х років в Україні з'явилося декілька десятків наукових робіт присвячених різним аспектам маркетингу. Особливо це стосується економіко-математичного моделювання маркетингових досліджень в умовах специфічного маркетингового середовища України.

Дослідження маркетингу з точки зору якісного складу та кількісного виміру, принципів формування та раціонального використання є важливою економічною проблемою, вирішення якої дасть змогу більш кваліфіковано приймати рішення.

Складність проблем інтеграції і координації виробництва під час формування товарної політики, прийняття маркетингових рішень, забезпечення діяльності збутових каналів обумовлюють необхідність і актуальність використання методів економіко-математичного моделювання до розглянутих задач.

Актуальність і важливість питань застосування математичних методів для розв'язання задач маркетингу, недостатня теоретична і практична розробленість даної проблеми та її значний вплив на фінансово-господарську діяльність у підприємстві в сучасних ринкових умовах господарювання, відсутність конкретних вітчизняних методичних розробок у сфері маркетингової діяльності підприємств обумовили вибір теми статті.

#### Побудова математичної моделі залежності обсягів випуску продукції від затрат на рекламу

Як приклад, розглянемо витрати на рекламу і обсяг випущеної продукції деяким підприємством за певний період:

Таблиця 1

Витрати на рекламу і обсяг випущеної продукції			
Період	Витрати на рекламу	Дійсне значення обсягу випуску продукції	Теоретичне значення обсягу випуску продукції
1	7,16	950	950,07
2	6,79	900	900,23
3	7,84	1040	1040,86
4	14,1	1870	1890,78
5	16,67	2210	2266,83
6	19,83	2630	2791
7	19,6	2600	2750,10
8	17,87	2370	2456,22
9	12,74	1690	1701,35
10	8,82	1170	1171,18
11	7,46	990	990,22
12	7,09	940	940,68

В табл. 1 надані дані про обсяги випуску продукції і витрати на рекламу на одному з вітчизняних підприємств. Залежність між цими величинами показана на рис. 1. На їх основі була побудована математична модель залежності обсягів випуску продукції від затрат на рекламу. Вона має вигляд:

$$\tilde{y} = -0,0001904 \cdot x_i^6 + 0,0151964 \cdot x_i^5 - 0,486296 \cdot x_i^4 + 8,08963 \cdot x_i^3 - 73,7411 \cdot x_i^2 + 481,768 \cdot x_i - 670,635.$$

Вона була побудована на основі даних обчислених за допомогою пакету Wolfram Mathematica:

```
In[10]:={{7.16,950},{6.79,900},{7.84,1040},{14.1,1870},
{16.67,2210},{19.83,2630},{19.6,2600},{17.87,2370},
{12.74,1690},{8.82,1170},{7.46,990},{7.9,940}}
```

```
Out[10]={{7.16,950},{6.79,900},{7.84,1040},
{14.1,1870},{16.67,2210},{19.83,2630},{19.6,2600},
{17.87,2370},{12.74,1690},{8.82,1170},
{7.46,990},{7.9,940}}
```

```
In[17]:=Fit[s, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x]
```

```
Out[17]=-0,0001904·x6+0,0151964·x5-0,486296·x4+
+8,08963·x3-73,7411·x2+481,768·x-670,635
```

```
In[15]:=Regress[s, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6}, x]
```

Коефіцієнт кореляції  $r = 0,9976$ , а отже модель адекватно відображає реальну дійсність і за допомогою даної моделі можна прогнозувати обсяги об'єму випуску продукції залежно від витрат на рекламу.

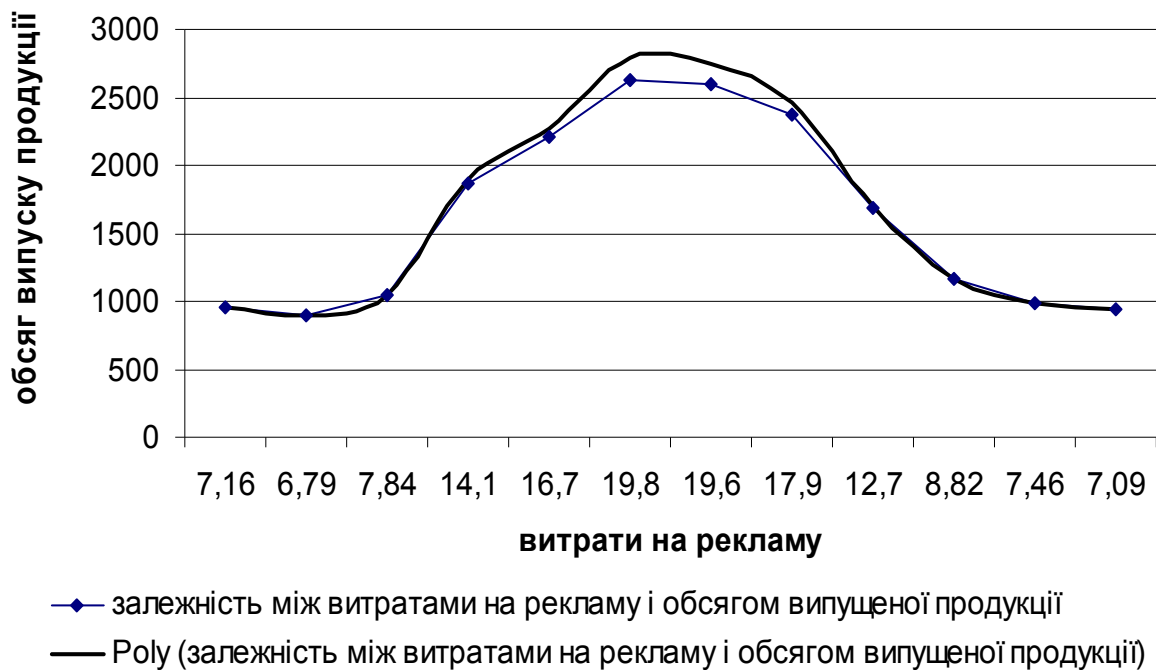


Рис. 1. Залежність між обсягами випуску продукції та витратами на рекламу

На рис. 2 показана залежність між дійсними і теоретичними значеннями витрат на рекламу.

В табл. 2 надані дані про обсяги продажу продукції і витрати на маркетинг на одному з вітчизняних підприємств. Залежність між цими величинами показано на рис. 3. На їх основі була побудована математична модель залежності обсягів продажу продукції від маркетингових затрат.

Вона має експоненціальний вигляд:

$$\tilde{y} = 2.6398 \exp(0.012x).$$

## Витрати на рекламу і прибуток фірми

№	Витрати на маркетинг (тис. грн.)	Дійсне значення прибутку	Теоретичне значення прибутку
1	1,6	2,60962393	2,64882965
2	2	2,70810736	2,721864474
3	2,2	2,75449306	2,758381886
4	2,3	2,77698455	2,776640592
5	2,4	2,79901411	2,794899298
6	2,6	2,84170605	2,831416711
7	2,8	2,88260837	2,867934123
8	3	2,92176387	2,904451535
9	3,2	2,95921806	2,940968947
10	3,4	2,99501859	2,977486359
11	3,6	3,02921481	3,014003772
12	3,8	3,06185725	3,050521184
13	4	3,09299731	3,087038596
14	4,2	3,12268684	3,123556008
15	4,4	3,15097784	3,16007342
16	4,6	3,17792219	3,196590833
17	4,8	3,20357145	3,233108245

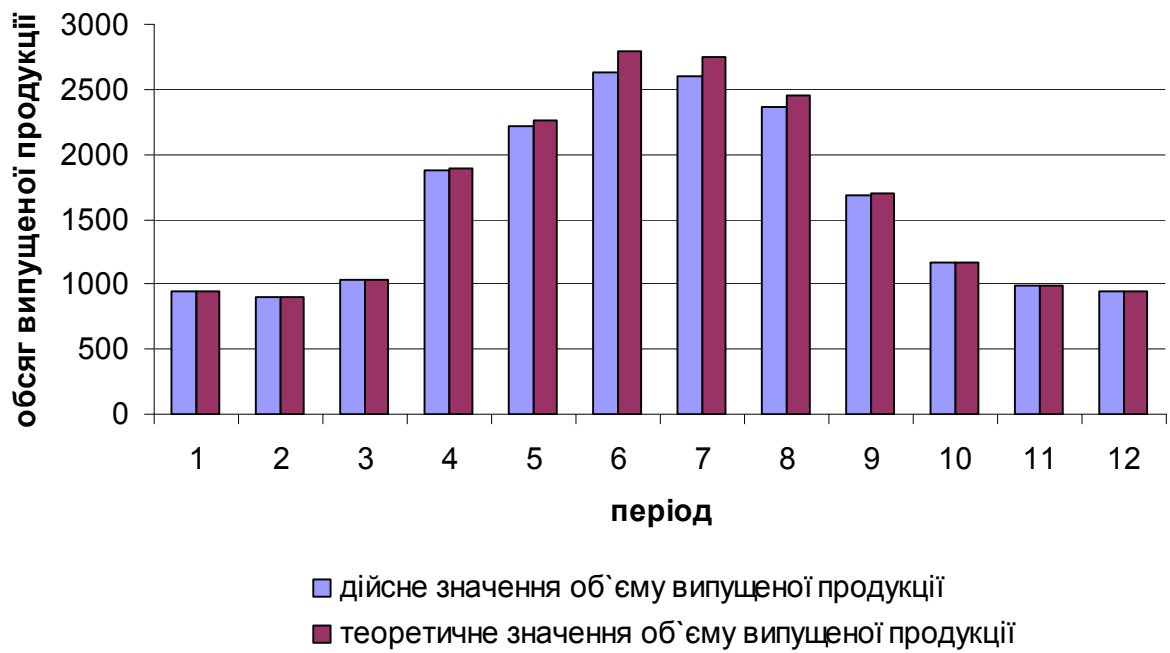


Рис. 2. Залежність між дійсними і теоретичними значеннями витрати на рекламу

**Побудова математичної моделі залежності обсягів продажу продукції від маркетингових затрат**

Коефіцієнт кореляції  $r = 0,9953$ , а отже модель адекватно відображає реальну дійсність і за допомогою даної моделі можна прогнозувати обсяги продажу продукції залежно від витрат на маркетинг.

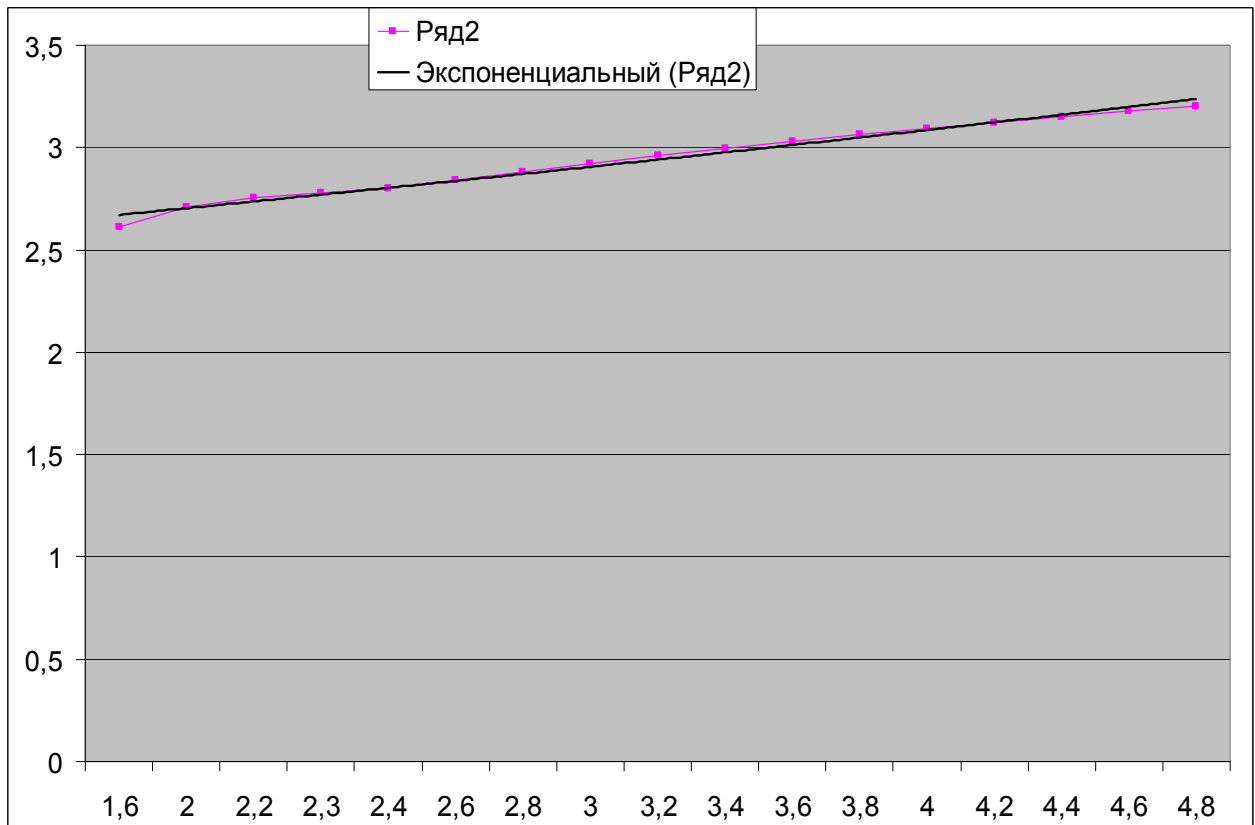


Рис. 3. Залежність між обсягами продажу продукції і витратами на маркетинг (Ряд2 — дійсне значення прибутку)

На рис. 4 показана залежність між дійсним і теоретичним значенням прибутку досліджуваного підприємства.

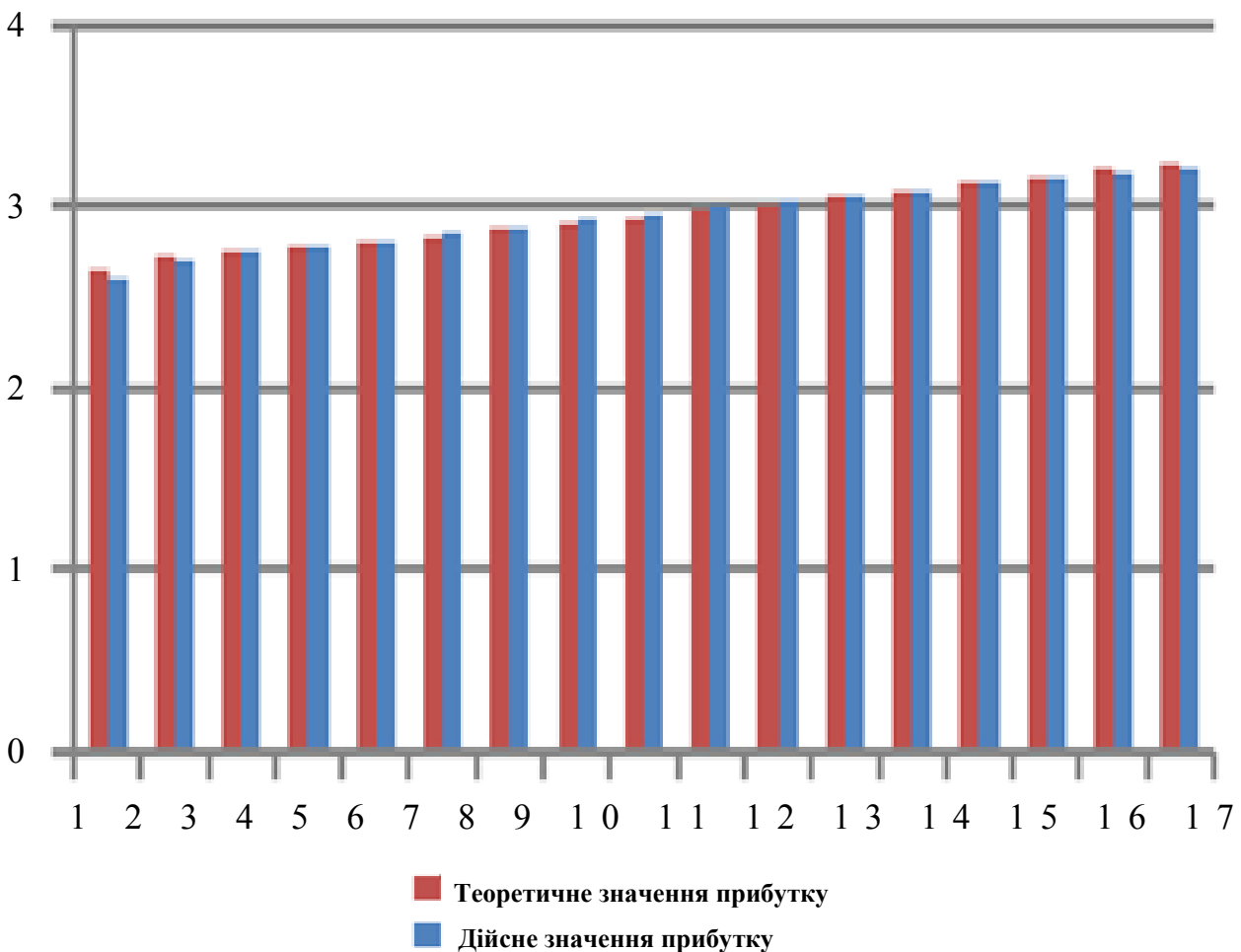


Рис. 4. Залежність між дійсним і теоретичним значенням прибутку

#### Оптимізаційна модель закупівлі продукції

За критерій оптимізації прийнято сумарну максимальну якість продукції.

Постановка задачі є наступною.

Фірма має можливість закупити в певній кількості одиниць різної продукції, яку випускають декілька виробників. Для цієї цілі фірма може виділити певні кошти. Відомо скільки одиниць кожної продукції фірма потребує, скільки коштів може виділити фірма для закупок, узагальнений показник якості кожного виду продукції кожного виробника, а також, ціну одиниці кожної продукції кожного виробника.

Задача полягає в наступному: треба так провести закупівлю продукції, щоб забезпечити загальну максимальну якість купленої продукції.

Нехай:

$n$  – кількість видів продукції, необхідних для закупівлі фірми;

$m$  – кількість виробників продукції;

$\alpha_{ij}$  – узагальнений показник якості продукції  $i$ -го виду, що виробляється  $j$ -м виробником;

$c_{ij}$  – вартість одиниці  $i$ -ї продукції  $j$ -м виробником;

$p_i$  – потреба фірми в продукції  $i$ -го виду;

$V$  – кошти, виділені фірмою для закупівлі продукції;

$x_{ij}$  – кількість одиниць продукції  $i$ -го виду, що планується закупити в  $j$ -го виробника.

Математична модель є такою:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

за умов (обмежень)

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = p_i (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \leq V (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m),$$

$$x_{ij} \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m).$$

### Оптимізаційна модель випуску продукції

Фірма, використовуючи наявні ресурси, має можливість випускати продукцію декількох видів. Відомо скільки одиниць кожного ресурсу використовується для виготовлення одиниці кожної продукції, запас кожного ресурсу, прибуток від реалізації одиниці продукції кожного виду, а також попит на продукцію кожного виду.

Задача полягає в наступному: потрібно так скласти план випуску продукції, щоб максимально використати наявні ресурси, мати певний прибуток від виробництва і в той же час забезпечити максимальний випуск продукції з найбільшим попитом.

Нехай:

$n$  – кількість видів продукції;

$m$  – кількість різних ресурсів, що використовуються у виробництві продукції;

$\alpha_{ij}$  – кількість одиниць  $i$ -го ресурсу, що використовується для виготовлення одиниці  $j$ -ї продукції;

$b_i$  – запас  $i$ -го ресурсу;

$r$  – мінімальна величина прибутку;

$c_j$  – прибуток від реалізації одиниці виробленої продукції  $j$ -го виду;

$p_j$  – величина показника попиту на продукцію  $j$ -го виду;

$x_j$  – план випуску продукції  $j$ -го виду (шуканні величини).

Математична модель є такою:

$$L = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max$$

за умов (обмежень)

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \leq r (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$x_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n).$$

Держава може виділити певні кредити за умови, що фірма буде випускати продукцію, яка користується найбільшим попитом (для задоволення потреб населення).

Якщо фірма хоче завоювати більш широкий ринок збуту своєї продукції, то бажано, щоб вона випускала продукцію тих видів, які б мали найвищу якість.

Нехай:

$p_j$  – узагальнений показник якості продукції  $j$ -го виду. Тоді, за цільову функцію можна взяти:

$$L = \sum_{j=1}^n p_j x_j,$$

яка виражатиме узагальнений показник якості випуску продукції фірмою.

### Оптимізаційна модель прийому працівників на роботу

Під час утворення нових підприємств завжди постає питання набору на роботу та відбору персоналу. Набір полягає у створенні необхідного резерву на всі посади і спеціальності. Після цього в процесі відбору кадрів керівництво відбирає найбільш придатних кандидатів з резерву, створеного в ході набору. Найбільш поширені методи відбору наступні:

Іспит: вимір здатності виконання задач, оцінка психологічних характеристик.

Центри оцінки: оцінюють здатність до виконання пов'язаних з роботою задач методами моделювання.

Співбесіди: найбільш застосований метод добору кадрів.

Проте практично всі ці методи передбачають відбір конкретного кандидата на конкретну посаду. Якщо від кандидатів на заміщення вакантних посад вищої та середньої керівної ланки вимагається наявність вищої освіти (а бажано двох), досвід роботи та конкретних навичок (робота на ПК, знання іноземної мови, вміння працювати з прикладними програмами тощо), то для обслуговуючого персоналу вимоги щодо освіти і досвіду роботи є менш важливими, проте на перший план виходять вміння спілкуватися з людьми, обов'язковість, акуратність, зовнішній вигляд. При цьому вимоги до кандидатів на різні посади мають свою специфіку.

Існуючий порядок підбору персоналу, як правило, передбачає прийом на роботу тих працівників, які перші зголосились і за критеріями більш-менш підходять обраній посаді. На практиці досить часто через декілька місяців відбувається перевід працівника на іншу, більш відповідну для нього посаду, а в гіршому випадку звільнення цього працівника після випробувального терміну. В результаті витрачається час на навчання прийнятих на роботу працівників та виникає необхідність прийому нових.

Досить часто критерії відбору на різні посади є майже однаковими і відрізняються лише в нюансах. У деяких випадках відбувається конкурс на заміщення вакантних посад, проте навіть, якщо на конкретну посаду вибраний ідеальний кандидат, це не обов'язково є найоптимальнішим рішенням. Наприклад, кандидат ідеально підходить на посаду головного економіста, проте за своїми характеристиками міг би справитись і з роботою начальника маркетингового відділу. А інші кандидати, які добре би виконували роботу економіста, не мають достатніх вмінь і навичок, щоб виконувати роботу, яка передбачає тісний контакт з людьми, знання іноземних мов і не тільки. Таким чином, прийнявши одного ідеального працівника на одну посаду, ми будемо змушені на іншу посаду прийняти не відповідну людину або залишити її деякий час вакантною.

На наш погляд, набір персоналу має відбуватися у два етапи.

На першому етапі відбирається керівний склад на основі резюме та співбесіди з власниками. Ефективність співбесіди підвищується при структурному інтерв'ю зі стандартизованими записаними запитаннями. На другому етапі відбувається формування усього колективу підприємства. Для цього створюється експертна рада з керівництва, психолога і аналітика. Ця рада, на основі опрацювання резюме кандидатів та проведення з ними співбесіди, оцінює відповідність кожного кандидата всім існуючим посадам (або групам посад). При цьому в разі відповідності даній посаді кандидат отримує 1 бал, у разі повної невідповідності – найвищий бал шкали оцінювання. Цей є сумою оцінки, отриманої з аналізу резюме кандидата і суб'єктивної оцінки експерта після проведеної з ним співбесіди. При цьому, якщо в ході співбесіди виявляється, що дані, вказані в анкеті, не зовсім відповідають дійсності, оцінка отримана з аналізу резюме коригується. У разі, коли кандидат готовий обійняти лише певні посади, розмірності  $m \times n$ , де  $m$  – кількість кандидатів,  $n$  – кількість груп

вакантних посад. Іншими словами ми отримали транспортну задачу відкритого типу, де запас пунктів постачання дорівнює одиниці, а потреба пунктів споживання – кількості вакантних посад у кожній групі.

Задача полягає в наступному: потрібно так здійснити розподіл кандидатів, щоб загальна експертна оцінка була мінімальною, таким чином отримаємо оптимальний розподіл кандидатів.

Нехай:

$n$  – кількість груп посад;

$m$  – кількість кандидатів;

$c_{ij}$  – експертна оцінка відповідності  $i$ -го кандидата  $j$ -й групі посад;

$b_j$  – кількість вакантних місць у  $j$ -й групі посад;

$k$  – загальна кількість вакантних місць;

$x_{ij}$  – шукані величини, що вказують чи відповідає  $i$ -й працівник  $j$ -й групі посад ( $x_{ij} = 1$ )

чи не відповідає ( $x_{ij} = 0$ ).

Математична модель містить знову лінійну цільову функцію:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min ,$$

за умов (обмежень)

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$\sum_{j=1}^n b_j = k,$$

причому тепер змінні  $\{x_{ij}\}$  є бінарними

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n).$$

Ми робимо припущення, що кількість кандидатів є більшою від кількості вакантних місць.

При розв'язанні даної задачі спочатку зводимо її до транспортної задачі закритого типу, ввівши фіктивну групу посад, кількість вакантних місць в якій дорівнює  $m-k$ . Після цього будуємо опорний план методом мінімального елемента та знаходимо оптимальний план методом потенціалів. Якщо в отриманому оптимальному плані розподілу кандидатів з певних причин ми отримали кандидатів з оцінкою 7–9, рекомендується продовжити набір кандидатів за цими групами і заново розв'язувати задачу уже з більшим числом кандидатів.

### Висновки

У даній статті проведено теоретичні дослідження та практичні розробки, які стосуються оптимізації маркетингової діяльності у підприємстві. Розроблені моделі дозволяють вибрати підприємству ефективну стратегію маркетингової діяльності.

Зокрема, були побудовані такі регресійні моделі:

1. Залежності обсягів продажу продукції від маркетингових затрат. Модель адекватно відображає дійсність. З її допомогою можна прогнозувати обсяги продажу продукції підприємства залежно від витрат на маркетинг.

2. Залежності обсягів випуску продукції від затрат на рекламу. Модель адекватно відображає дійсність. За допомогою даної моделі можна прогнозувати обсяги випуску продукції залежно від затрат на реклам.

А також розроблено оптимізаційні моделі:

1. Модель для забезпечення максимальної якості купленої продукції.
2. Модель для забезпечення максимального використання наявних ресурсів і випуску продукції з найбільшим попитом.
3. Модель для забезпечення оптимального прийому працівників на роботу.

### Література

1. Асаул А.Н. Организация предпринимательской деятельности / А.Н. Асаул, М.П. Войнаренко. – СПб : Универ, 2001. – 392 с.
2. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування : підручник для студ. вузів / В.М. Заєць та ін. / Харківський нац. екон. ун-т. – Харків : ІНЖЕК, 2005. – 396 с.
3. Математическое моделирование экономических процессов / под ред. Е.Г. Белодсова и др. – М. : МГУ, 1990. – 228 с.
4. Малиш Н.А. Моделирование экономических процессов рыночной экономики : навч. посібник для студ. вузів / Міжнародна акад. управління персоналом. – К., 2004. – 119 с.
5. Шепеленко Г.И. Экономика, организация и планирование производства на предприятии / Г.И. Шепеленко. – Ростов-на-Дону : Изд. Центр "МарТ", 2000. – 544 с.
6. Хринюк О.С. Маркетинг для підприємців. Основи стратегії / О.С. Хринюк. – К., 1993. – 48 с.

### References

1. Asaul A.N., Voinarenko M.P. Organization of business activities. SPb.: Univer., 2001. 392 p.
2. Models and methods of socio-economic forecasting: a tutorial for students. V.M. Zayets and others. Kharkiv NEU. Kharkiv: INZEK, 2005. 396 p.
3. Mathematical modelling of economic processes. Edited by E.G. Belodsov and others. M.: Moscow State University, 1990. 228 p.
4. Malyshev N.A. Modelling of economic processes of the market economy: tutorial for students. International Acad. of Staff Management. K., 2004. 119 p.
5. Shepelenko G.I. Economics, organization and planning of production on enterprise. Rostov-on-Don: Publishing Center "MarT", 2000. 544 p.
6. Khrynyuk O.S. Marketing for entrepreneurs. Fundamentals of strategy. K., 1993. 48 p.

Надійшла 13.11.2014; стаття рецензована редакційною колегією