

УДК 621.317.73+644.1: 517.9

В.В. БУШЕР, Е.В. НАЙДЕНКО

Одесский национальный политехнический университет

В.В. МАРТЫНЮК

Хмельницкий национальный университет

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ И ПАРАМЕТРЫ СУПЕРКОНДЕНСАТОРОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ

Выполнен анализ динамических режимов суперконденсаторов в системах рекуперации кинетической энергии электротранспортных средств с учетом дробно-интегрирующих свойств диффузионного слоя. Выявлено существенное влияние этого слоя как на энергетические показатели, так и на соотношение напряжений отдельных суперконденсаторов в батарее при их последовательном соединении. Получены расчетные формулы для оценки потерь и определения допустимого разброса параметров суперконденсаторов в батарее.

The analysis of the supercapacitor dynamic modes was performed in the kinetic energy recuperation systems for the electrical transportation means accordance with fractional-integrating properties of the diffusion layer. The important influence of this layer was established as on the energy characteristics also on the voltage ratio of the individual supercapacitors in the battery at their serial connection. The calculation formulas were obtained for estimation of the loss and the definition of the supercapacitor permissible parameter spread in the battery.

Ключевые слова: суперконденсатор, динамический режим, системы рекуперации, диффузионный слой.

Появление суперконденсаторов (СК) с емкостями в сотни и тысячи фарад позволяет существенно повысить эффективность работы систем рекуперации кинетической энергии (СРКЭ) в автономных электротранспортных средствах (АЭТС), так как, в отличие от аккумуляторных батарей, у СК не ограничены токи заряда и разряда. Это позволяет запасать и отдавать энергию в соответствии с требуемыми динамическими характеристиками АЭТС. Однако принцип работы СК отличается от обычных конденсаторов. Накопление заряда происходит в так называемом двойном электрическом слое (ДЭС), характеризующимся диффузионными процессами, которые в динамических режимах описываются дробно-дифференциальными уравнениями [1, 2]. Именно этот слой может оказывать существенное влияние на работу СК в системе рекуперации энергии. Известно также, что параметры суперконденсаторов из одной партии могут существенно отличаться и, кроме того, изменяться во время эксплуатации, однако причины таких изменений детально не исследованы.

СК обычно являются низковольтными приборами. Поэтому их соединяют последовательно в батарее. Если использовать СК с большими отклонениями параметров, то скорость их заряда будет разной. Следствием этого будет превышение максимально допустимого напряжения на одном из СК. В результате возникнет электрический пробой этого СК, а в дальнейшем и остальных СК, так как к ним после повреждения первого СК будет приложено недопустимое рабочее напряжение. Это приведет к выходу из строя всей батареи.

Поэтому актуальной является задача определения параметров и динамических характеристик СК, а также допустимого разброса параметров для последовательного соединения.

**Целью работы** является изучение свойств СК в режимах заряда-разряда, оценка энергетической эффективности и выработка критериев выбора СК для СРКЭ.

С учетом свойств ДЭС, на основании исследований экспериментальных динамических и амплитудно-фазовых характеристик, а также изменения свойств СК в режимах заряда и разряда, может быть предложена модель суперконденсатора, состоящая из последовательно соединенных традиционных элементов – емкости  $C$  и внутреннего сопротивления  $R$ , а также дробно-интегрирующего звена с коэффициентом диффузии  $B$  и дробным порядком интегрирования  $m$ , в общем случае находящимся в пределах  $0 < m < 1$ . Модель характеризуется группами параметров при заряде  $R_+, C_+, B_+, m_+$  и разряде  $R_-, C_-, B_-, m_-$  (рис. 1) [3]. Зависимость напряжения на клеммах СК от тока заряда/разряда в такой модели вычисляется в операторной форме по следующему уравнению:

$$U(p) = \left( R + \frac{1}{Cp} + \frac{1}{Bp^m} \right) I(p). \quad (1)$$

Для идентификации параметров СК были проведены экспериментальные исследования, в ходе которых повторялись циклы заряда, стабилизации максимального  $U_{\max}$  напряжения СК, разряда и стабилизации минимального напряжения  $U_{\min}$  при работе от управляемого источника тока. Такие режимы соответствуют работе СК в составе СРКЭ.

Серии опытов состояли из 8 циклов со ступенчатым изменением тока от 20 до 100 А. Запись результатов измерения тока и напряжения с точностью 0,01 А и 0,001 В осуществлялась с шагом

0,01...0,02 s. На рис. 2 показаны получаемые переходные процессы для одного цикла из каждой серии.

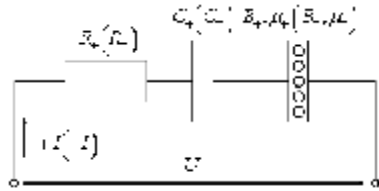


Рис. 1. Модель суперконденсатора

Высокая точность измерения подтверждается тем, что расчет интеграла тока в течение всей серии опытов по завершении циклов заряда/разряда не превышал  $\pm 3 \text{ As}$ , что эквивалентно отклонению напряжения на тестируемых конденсаторах емкостью 280...350 F для каждой расчетной точки не более 0,005...0,02 mV.

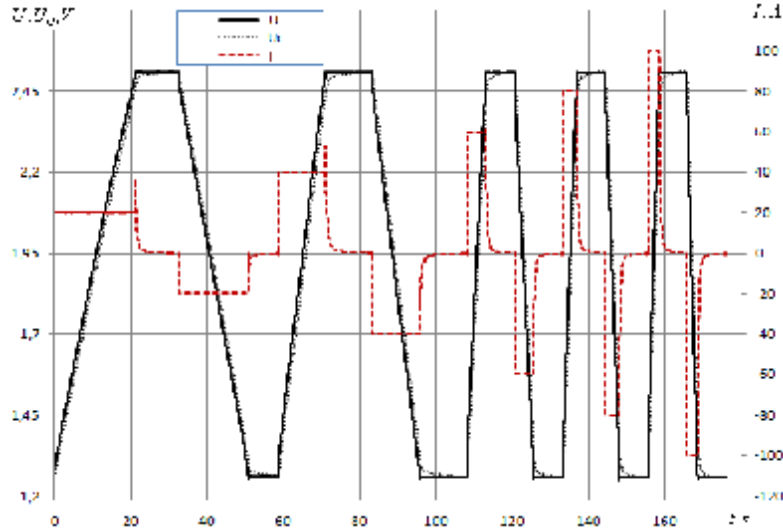


Рис. 2. Тестовая серия тока и напряжения СК

Такая точность измерения позволяет по полученным данным  $U_i, I_i, i \in [0, n]$  при скачке тока в момент времени  $t = \Delta t$  ( $i=1$ ) и окончании процессов заряда и разряда, когда ток близок к нулю и диффузионные процессы в СК практически завершены, идентифицировать активное сопротивление и емкость СК для каждого режима:

$$R = \frac{U_1 - U_0}{I_1 - I_0}; \quad C = \frac{\sum_{i=1}^n I_i \Delta t}{U_n - U_0}. \quad (2)$$

По этим параметрам можно рассчитать значения отдельных составляющих напряжения в каждый момент времени:

$$U_{Ci} = U_0 + \frac{1}{C} \sum_{j=1}^i I_j \Delta t; \quad (3)$$

$$U_{Ri} = I_i R;$$

$$U_{Bi} = U_i - U_{Ci} - U_{Ri}.$$

На рис. 3 показаны графики переходных процессов напряжений на паразитных элементах СК – активном сопротивлении  $U_R$  и диффузионном слое  $U_B$ .

Видно, что падение напряжения в диффузионном слое сопоставимо с падением напряжения на активном сопротивлении и значительно больше возможной погрешности измерений. Следовательно, потери в этом слое нельзя не учитывать как при оценке энергетической эффективности СК, так и при работе системы контроля напряжения батареи СК.

Расчет энергий выполнен путем численного интегрирования произведения соответствующего напряжения на ток в течение цикла заряда/разряда (рис. 4):

$$W_i = \sum_{j=1}^i U_j I_j \Delta t; \quad W_{Ci} = \sum_{j=1}^i U_{Cj} I_j \Delta t; \quad (4)$$

$$W_{Ri} = \sum_{j=1}^i U_{Rj} I_j \Delta t; \quad W_{Bi} = \sum_{j=1}^i U_{Bj} I_j \Delta t.$$

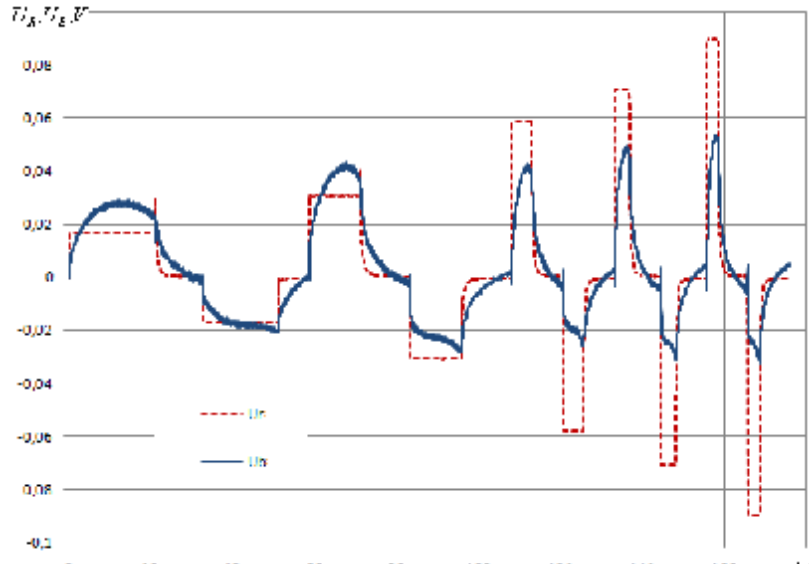


Рис. 3. Графики напряжений на активном сопротивлении и в диффузионном слое

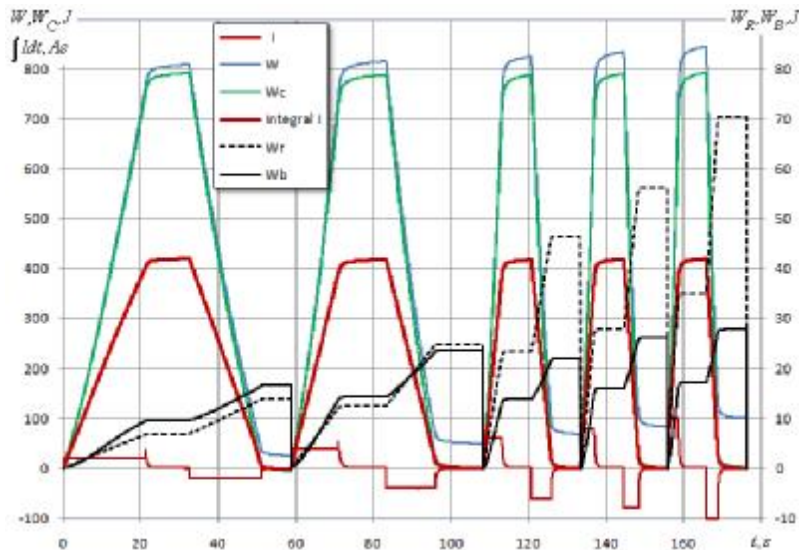


Рис. 4. Энергетические характеристики СК в течение циклов заряда/разряда

На рис. 5 приведены зависимости усредненных (по 8-и данным в каждой серии) значений активного сопротивления и емкости СК от тока заряда и разряда. Оказалось, что емкость СК изменяется на  $\pm 0.3\%$ , активное сопротивление – на  $\pm 4\%$ , но диффузионные параметры – на  $\pm 20\ldots \pm 50\%$ . Более того, параметры диффузионного слоя оказываются переменными во времени в течение одного процесса. Здесь же показаны расчетные точки  $W_b$ .

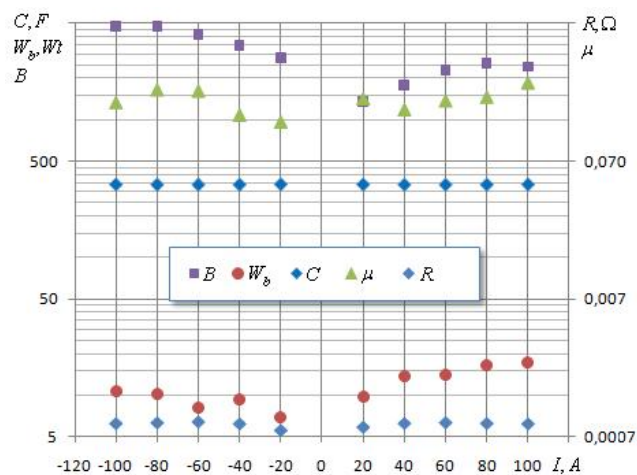


Рис. 5. Зависимость параметров СК от тока и потерь в диффузионном слое

Сопоставление рассчитанных значений потерь на активном сопротивлении  $W_R$  и в диффузионном слое  $W_B$  (на каждом интервале с учетом 8-кратного повторения циклов заряда/разряда без пауз между сериями) со значениями  $R$  и  $C$  позволяют сделать следующий вывод: изменение активного сопротивления, емкости СК и параметров диффузионного слоя в значительной степени обусловлено нагревом этого слоя. Полярность тока, его величина и потери на активном сопротивлении не являются непосредственной причиной изменения параметров.

Также на основании полученных данных произведена оценка энергетической эффективности СК в течение цикла заряда/разряда, под которой принято соотношение максимальной к данному моменту времени энергии, накопленной конденсатором  $W_{Cmax}$  к сумме  $W_{Cmax} + W_B + W_R$ :

$$k_{W_{CRB}} = \frac{W_{Cmax}}{W_{Cmax} + W_R + W_B}. \quad (5)$$

Это соотношение совпадает с КПД в процессе заряда и равно  $\frac{W_C}{W}$ , а при разряде лучше характеризует соотношение полезной энергии, возвращаемой СК, и потерь (рис. 6). Для сравнения на рисунке приведен также график изменения энергетической эффективности без учета потерь в диффузионном слое  $k_{W_{CR}} = \frac{W_{Cmax}}{W_{Cmax} + W_R}$ . Становится очевидным, что потери в диффузионном слое исследованных СК существенно ухудшают энергетические показатели.

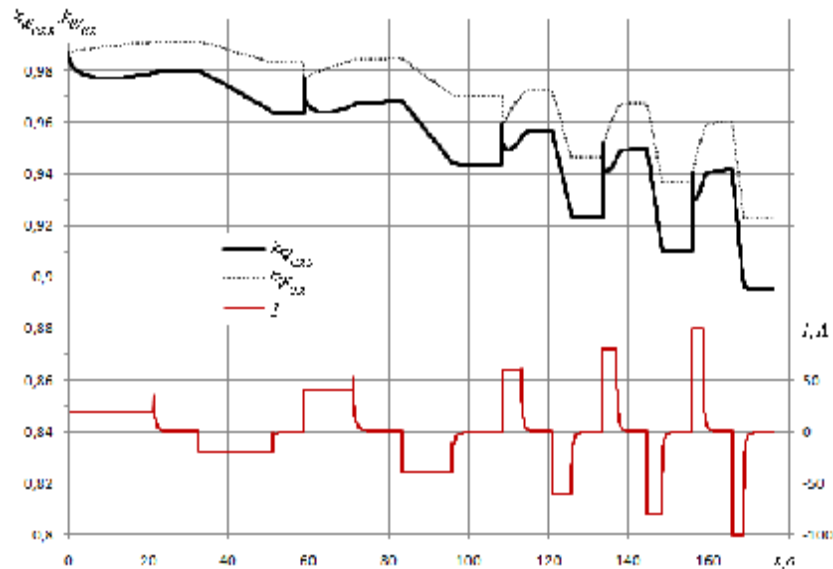


Рис. 6. Энергетические показатели СК в циклах заряда/разряда

Проведем аналитическую оценку потерь в СК. Видно, что потери в диффузионном слое при заряде и разряде СК значительно больше потерь при стабилизации напряжения, поэтому проанализируем режим  $I(t) = const$ .

Решение дробно-интегрального уравнения (1) для напряжения в диффузионном слое при  $I(t) = const$  описывается функцией:

$$U_B(t) = \frac{1}{\Gamma(1+m)} \frac{I}{B} t^m. \quad (6)$$

Соответственно, потери в этом слое вычисляются по формуле:

$$W_B(t) = I \int_0^t U_B(t) dt = \frac{1}{\Gamma(2+m)} \frac{I^2}{B} t^{1+m}. \quad (7)$$

Потери на активном сопротивлении при  $I(t) = const$ :

$$W_R(t) = I^2 R t, \quad (8)$$

а накапливаемая в емкости энергия определяется по формуле:

$$W_C(t) = U_0 I t + \frac{I^2 t^2}{2C}. \quad (9)$$

Длительность заряда СК постоянным током от  $U_{min}$  до  $U_{max}$  составляет:

$$t_{ch} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{I} C, \quad (10)$$

откуда получим  $W_C = \frac{U_{\max}^2 - U_{\min}^2}{2} C$ .

С учетом того, что накопление энергии происходит во время заряда, а потери – в процессах заряда и разряда, из (5), (7)- (9) получим:

$$k_{W_{CRB}} = \frac{U_{\min} + \frac{It_{ch}}{2C}}{U_{\min} + \frac{It_{ch}}{2C} + 2IR + \frac{2}{\Gamma(2+m)} \frac{I}{B} t_{ch}^m}. \quad (11)$$

После подстановки (10) получим:

$$k_{W_{CRB}} = \frac{U_{\max} + U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min} + 4IR + \frac{4}{\Gamma(2+m)} \frac{I}{B} \left( \frac{U_{\max} - U_{\min}}{I} C \right)^m}. \quad (12)$$

Без учета потерь в диффузионном слое энергетическая эффективность СК в цикле заряда/разряда определяется только соотношением  $\frac{U_{\max} + U_{\min}}{4IR}$  и не зависит от  $C$ .

Но для расчета  $k_{W_{CRB}}$  необходимо знать  $B$  и  $m$ . К сожалению, какие-либо закономерности, связывающие эти параметры с емкостью СК, пока не выявлены. Полученные по формулам (2) значения  $R$  и  $C$  для каждого интервала позволяют по данным переходных процессов найти усредненные параметры  $B$  и  $m$ . Наиболее точные значения, соответствующие критерию минимума среднеквадратичной ошибки между экспериментальными и расчетными значениями напряжения на клеммах СК, обеспечивают генетические алгоритмы, не требующие к тому же предварительной фильтрации исходных данных  $I(t), U(t)$  [3].

Формулы (6) и (7) предоставляют еще один способ приближенного вычисления  $B$  и  $m$ .

В некоторые моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  от начала процесса заряда или разряда СК при постоянном  $I$  для рассчитанных соответствующих значений  $U_{B1}, U_{B2}$  или  $W_{B1}, W_{B2}$  (расчет  $W_B$  начинается заново для каждого процесса) действительны соотношения:

$$\frac{U_{B1}(t_1)}{U_{B2}(t_2)} = \frac{t_1^m}{t_2^m}, \quad \frac{W_{B1}(t_1)}{W_{B2}(t_2)} = \frac{t_1^{1+m}}{t_2^{1+m}}, \quad (13)$$

откуда следует:

$$m = \frac{\ln(U_{B1}(t_1)) - \ln(U_{B2}(t_2))}{\ln(t_1) - \ln(t_2)}, \quad (14)$$

$$B = \frac{1}{\Gamma(1+m)} \frac{I}{U_{B1}(t_1)} t_1^m;$$

$$m = \frac{\ln(W_{B1}(t_1)) - \ln(W_{B2}(t_2))}{\ln(t_1) - \ln(t_2)} - 1, \quad (15)$$

$$B = \frac{1}{\Gamma(2+m)} \frac{I^2}{W_{B1}(t_1)} t_1^{1+m}.$$

Предпочтение следует отдать формуле (15), так как предварительное интегрирование произведения  $U_B I$  существенно снижает влияние шумов, неизбежных при измерении. На рис. 7 показаны семейства получаемых значений  $m$ . Средние из них могут быть приняты в качестве расчетных. Пунктирной линией на графике показано значение  $m_{ave} = 0,194$ , полученное с помощью генетических алгоритмов.

Для нескольких протестированных конденсаторов с параметрами  $U_{\min} = 1,26V$ ,  $U_{\max} = 2,50V$

$C = 336 F$ ,  $R = 0,000863 \Omega$ ,  $m = 0,194$ ,  $B = 3034$ ;

$C = 296 F$ ,  $R = 0,00154 \Omega$ ,  $m = 0,673$ ,  $B = 707$ ;

$C = 99,5 F$ ,  $R = 0,0071 \Omega$ ,  $m = 0,313$ ,  $B = 232,9$

построены зависимости  $k_{W_{CRB}}$  от тока (рис. 8).

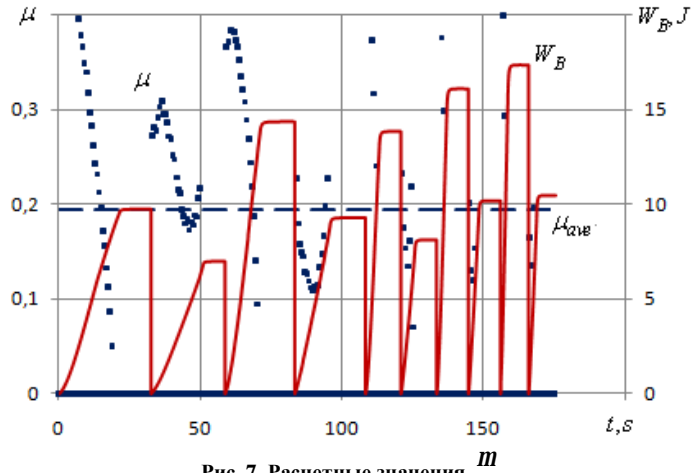


Рис. 7. Расчетные значения  $m$

Очевидно, что пренебрежение потерями  $W_B$  в СК может привести к существенным погрешностям при выборе элементов СРКЭ.

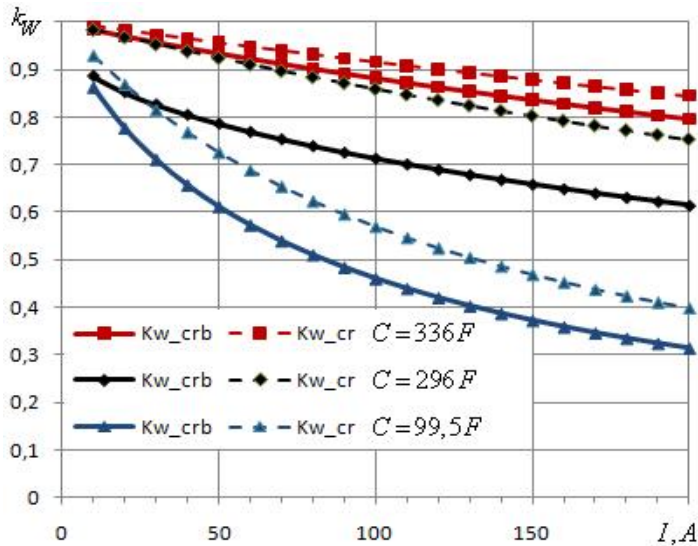


Рис. 8. Зависимости  $k_{W_{CRB}}$  от тока

Проанализируем процессы в батарее СК. При последовательном соединении к моменту окончания заряда батареи постоянным током при  $t_{ch} \approx (U_{max} - U_{min})C / I$ , когда  $U_{bat} = \sum_{i=1}^n U_{sc_i}$ , напряжения отдельных СК определяются по формулам:

$$U_{sc_i} = U_{min_i} + \frac{It_{ch}}{C_i} + IR_i + \frac{1}{\Gamma(1+m_i)} \frac{I}{B_i} t_{ch}^{m_i}, \quad (16)$$

а по окончании диффузионных процессов напряжения СК определяются только соотношением емкостей  $C_i$  и могут существенно отличаться от результатов расчетов по (16). Рис. 8 иллюстрирует изменение напряжений СК в режимах заряда и стабилизации напряжения батареи, набранной из СК с отличающимися параметрами. Поэтому для выбора предельно допустимого напряжения батареи после подбора СК необходимо выполнить проверку по формуле (16) с учетом возможного разброса параметров. СК с меньшей емкостью и  $B$ , повышенным активным сопротивлением и большей величиной  $m$  могут оказаться заряженными до недопустимых напряжений.

**Выводы.** Выполнен анализ динамических режимов суперконденсаторов, который показал необходимость учета диффузионных процессов как при анализе параметров, так и при оценке потерь в СК. Выявлена зависимость между отклонениями параметров СК и тепловыми потерями в диффузионном слое, которые приводят к некоторому уменьшению емкости, росту эквивалентного активного сопротивления СК и изменению параметров диффузионного слоя.

Предложена упрощенная процедура определения диффузионных параметров СК на основании зависимости напряжения от тока в цикле заряда/разряда.

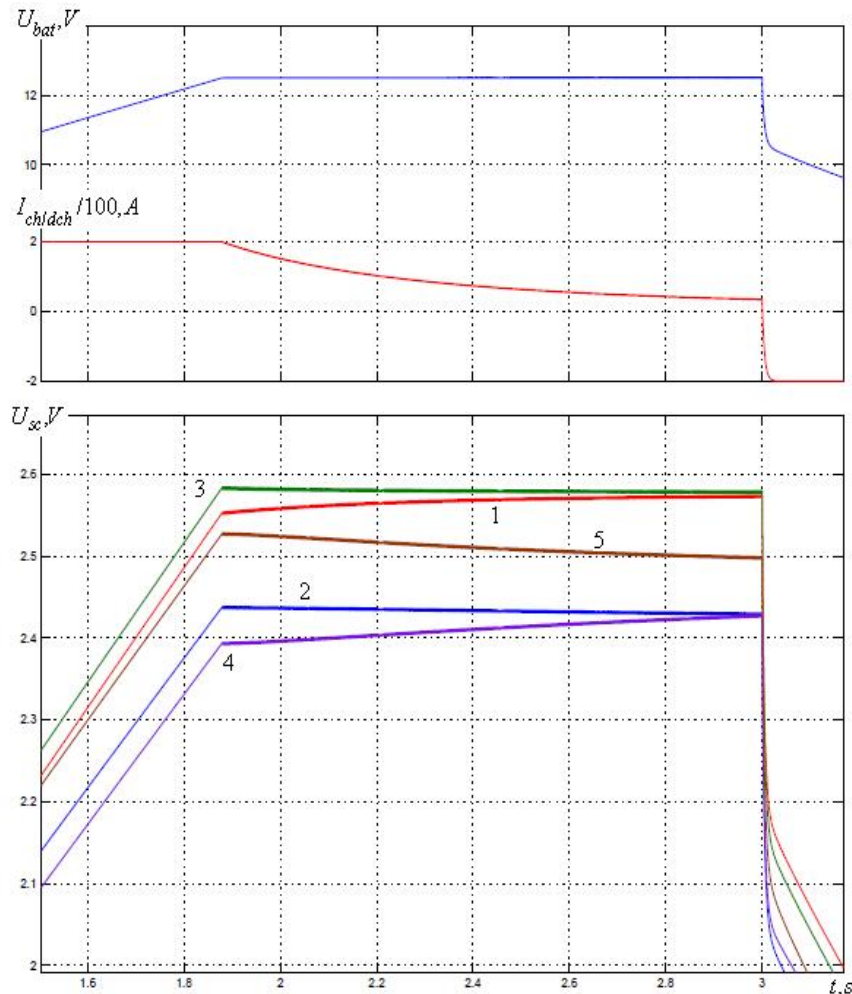


Рис. 8. Напряження в батареї СК (1 – паспортні параметри, 2 –  $C+10\%$ , 3 –  $R+10\%$ , 4 –  $B+50\%$ , 5 –  $m-20\%$ )

В результаті аналізу енергетических режимів получена залежність между накоплюваною в СК енергією, током і повними потерями в циклі заряду/розряду (12) з урахуванням втрат из-за дифузійних процесів. На основі отриманих даних і очікуваних запасів кінетическої енергії АЕТС може бути здійснений вибір СК для систем рекуперації.

Після вибору паспортних даних СК для систем рекуперації по допустимим відхиленням їх параметрів може бути визначений розброс напруг окремих СК і предельне напруга батареї при їх послідовному з'єднанні. Для підвищення ефективності СК найбільш ретельно необхідно підбирати ємкості, но також слід звертати увагу на ідентичність технології виготовлення (що визначить близькі параметри дифузійного шару) і ідентичні температурні умови при градуировке СК. Також необхідно періодически тестувати окремі СК в батареї, уже находящійся в експлуатації, поскольку в процесі старіння СК деградація їх параметрів происходит неодинаково. Это забезпечить роботу батареї без додаточеских ланок вирівнювання напруги на окремих елементах.

### Література

1. Dzielinski A. Ultracapacitor Modelling and Control Using Discrete Fractional Order State-Space Model / Dzielinski A., Sierociuk D // Acta Montanistica Slovaca. – 2008. – Vol. 13, № 1. – P.136– 145.
2. Quintana J. J. Identification of the Fractional Impedance of Ultracapacitors. / Quintana J. J., Ramos A., Nuez I // Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications. – Porto, Portugal. – 2006. – P.127– 136.
3. Busher V.V. Modeling of supercapacitors with fractionally integrated section in SIMULINK. / V.V.Busher, V.V.Martynuk, E.V.Naydenko, P.E.Khristo // Journal Electrotechnic and computer systems. – Kiev: Technica, Ukraine. – 2011, No 04 (80) – P.89 – 92.

Надійшла до редакції  
7.2.2012 р.